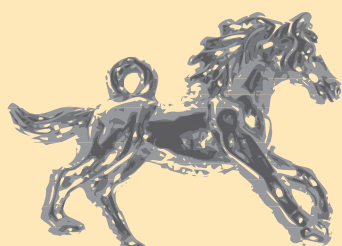


# IBERIA

## FITXES DE TREBALL. ÍNDEX DE CONTINGUTS

ACTIVITAT	BLOC	CONTINGUTS
1. Els ibers	-Aritmètica	-Nombres primers, càlcul i unitats
2. Matemàtiques recreatives en el segle XVI	-Aritmètica i Àlgebra	-Equacions i nombres enters
3. Un joc medieval: l'alquerque	-Resolució de problemes	-Jocs d'estratègia
4. Pedro S. Ciruelo: Polígons estrelats	-Geometria	-Angles i polígons
5. Pedro Nunes: la construcció del nònius	-Geometria i Àlgebra	-Mesures i equacions
6. L'evolució dels escacs	-Resolució de problemes	-Jocs d'estratègia
7. Mesures agràries antigues	-Aritmètica	-Canvi d'unitats, percentatges
8. Passatemps i Al-Andalus	-Transversalitat matemàtica	-Conceptes, història, etc.
9. La barraca valenciana	-Aritmètica i Geometria	-Àrees, percentatges i unitats
10. La clepsidra: rellotge d'aigua	-Aritmètica i Geometria	-Volums i unitats de capacitat

1r Cicle de l'ESO. Matemàtiques, Ibèria





# 1. ELS IBERS



Les últimes teories consideren que els *Ibers* van arribar a la Península Ibèrica des del Nord d'Àfrica, assentant-se fonamentalment en la costa mediterrània i al sud, on van crear diverses cultures de què encara hui es conserven restes arqueològiques de gran importància. Entre elles destaca aquella que relats grecs van anomenar de *turdetans* o *túrdols* i la ciutat dels quals va ser *Tartessos*. Hui està considerada com una tribu ibèrica, que va fundar un important regne de gran cultura en la vall del Guadalquivir, al sud d'Espanya. Sobre l'any 1200 a.C. tribus celtes van entrar en la península pel Nord, es van establir en gran part del seu territori assentant-se i mesclant-se amb els ibers.

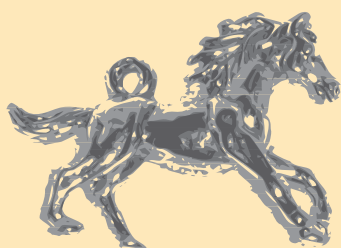


- 1.1. Els ibers eren un poble guerrer. La llista següent correspon als noms de diferents armes i elements utilitzats per ells en les batalles, però un "pervers matemàtic" ha canviat les lletres (lletres dobles no compten) per números. Sabem que té debilitat pels nombres primers i hem descobert que cada grafia ha sigut reemplaçada per un nombre primer, de manera que el primer correspon a la primera lletra de l'alfabet i així successivament. L'1 no es considera nombre primer!

Com s'anomenen les diferents armes i objectes utilitzats pels ibers?

Realitza la "Garbella d'Eratòstenes" per a obtenir els 27 primers nombres primers.

13.2.37.5.2.73.2	
73.67.2.17.79.37.2	-Javelina lleugera llancívola utilitzada per la cavalleria. També usada com a arpó de pesca.
37.2.43.5.11.2	



# 1. ELS IBERS

37.53.67.23.17.2	
71.2.17.79.43	- Peça de roba grossa, a manera de capot, confeccionada amb la llana fosca típica de les ovelles.
17.2.11.71.79.41	- Llarga barra de ferro forjat en la que la part central és més grossa on s'empunya, i que decreix gradualment cap als extrems.

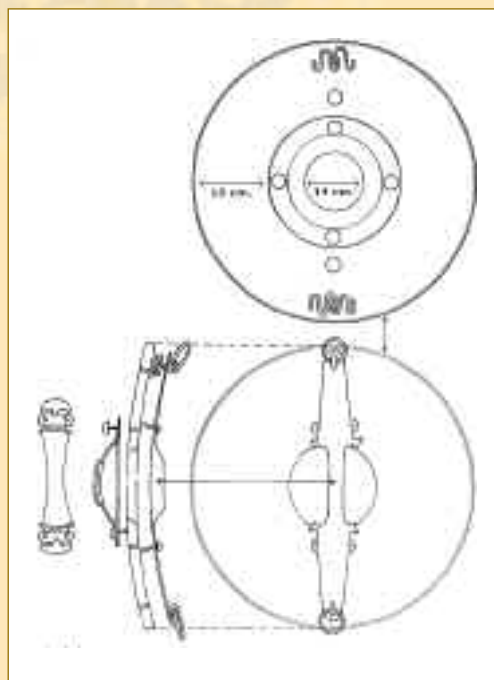
1.2. Un dels elements que utilitzaven per a protegir-se era un escut. Este escut circular de 60 cm. de diàmetre es denomina "caetra".

a) Calcula el perímetre i la superfície de l'escut.

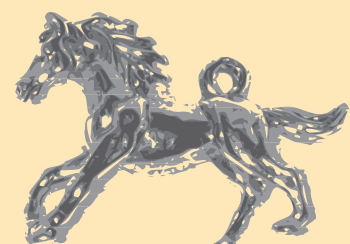
b) Els 6 cercles xicotets tenen una superfície de  $42,39 \text{ cm}^2$ . Quin diàmetre tenen?

c) Observa que hi ha dos corones circulars amb la mateixa amplària. Quina és esta? Quina té major àrea?

d) Volem construir un escut romà (rectangular, d'alt doble que d'ample) que tinga la mateixa superfície. Quines dimensions tindrà?



e) Compara els perímetres d'ambdós escuts.



# 1. ELS IBERS

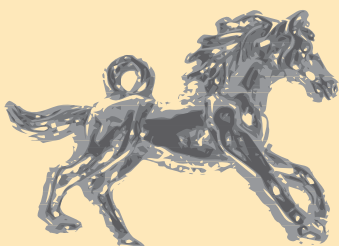
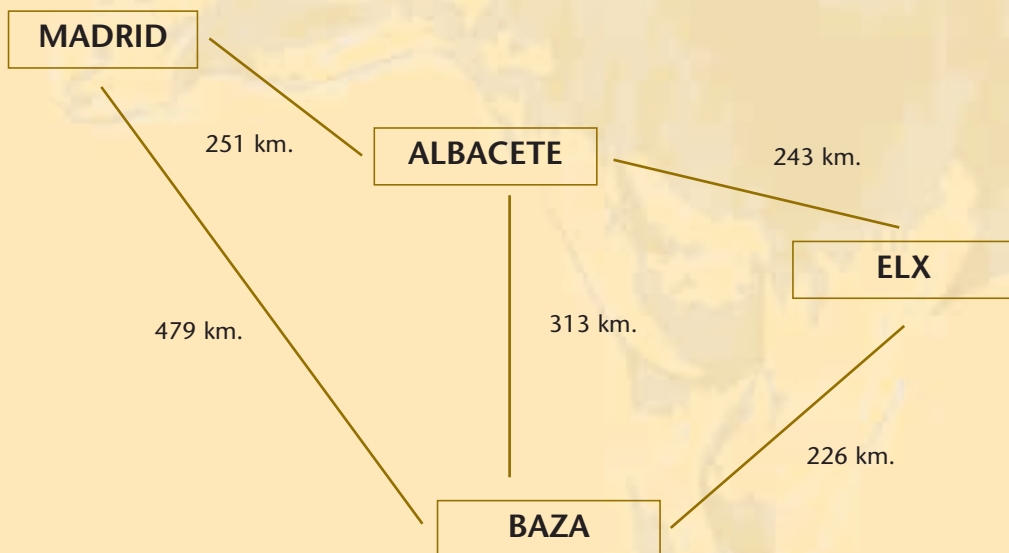
- 1.3. En el Museu Arqueològic de Madrid està present la cultura íbera. En ell es poden veure tres dames íberes: la Dama d'Elx (Alacant), la dama de Baza (Granada) i la dama sedant del Cerro de los Santos (Albacete).

La direcció del museu ha decidit exposar durant un temps cada una de les dames en les seues ciutats de procedència: Elx, Baza i Albacete.

Es pensa realitzar el trasllat per carretera a una velocitat mitjana de 100 km/h. i es necessita ? hora en cada localitat per a depositar les dames en els museus corresponents.

a) Quin és el trajecte més curt en quilòmetres?

b) Quant de temps en hores, minuts i segons, transcorre des que ix i torna a Madrid el camió que transporta les dames?



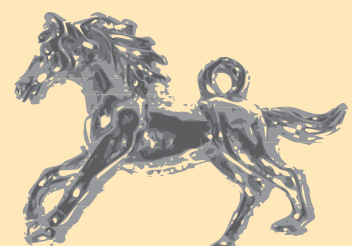
# 1. ELS IBERS

1.4. Per a guanyar temps i evitar un possible accident per carretera es decidix finalment realitzar el trasllat en avioneta.

a) Aconsegueix un mapa i tenint en compte l'escala determina la distància entre cada una de les ciutats implicades.

b) Quin és el trajecte més curt?

c) Si a causa de l'aterratge i envol de l'avioneta es roman 1 h. en cada un dels llocs de destí i l'avioneta vola a 300 km/h. determina el temps emprat en este cas.





## 2. MATEMÀTIQUES RECREATIVES EN EL SEGLE XVI

L'alemany fincat a València, **Marco Aurel**, va escriure en 1552 *Llibre primer d'aritmètica algebràtica*.

Però va ser l'obra del batxiller **Juan Pérez de Moya** (1513-1596) la que va tindre més importància en la difusió de l'Àlgebra. El seu llibre *Aritmètica pràctica i especulativa*, publicat en 1562 és el millor llibre del segle XVI. Va ser tal el seu èxit que va tindre més de trenta edicions, sent l'última en 1875 quasi dos-cents anys després. Es considera el llibre de matemàtica recreativa més antic en llengua castellana.

Va ser molt valorat en la seua època. Prova d'això, el pintor Velázquez considerava les seues obres com les més interessants de la seua biblioteca i es va inspirar per a l'execució d'alguns dels seus quadros de tema mitològic com "Els borratxos o el triomf de Baco" o "La farga de Vulcà" en la *Philosophia Secreta* d'este autor.

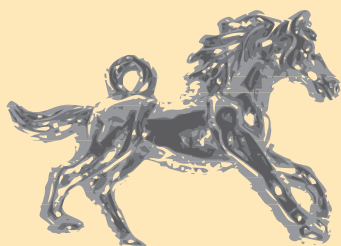


- 2.1. Respectant el castellà antic original, vegem un problema resolt per **Juan Pérez de Moya** en el seu llibre **Aritmètica pràctica i especulativa**: *Dos tenen diners, l'un cinc ducats més que l'altre, i multiplicant els ducats de l'un per tres, i els de l'altre per quatre, juntes les dos multiplicacions munten seixanta-nou ducats. Demane, quant té cada u.*

Intenta resoldre-ho utilitzant la notació algebraica actual. Tin en compte que si ho fas bé arribaràs a esta equació:  $7 \cdot co \cdot p \cdot 20 \cdot n \cdot ig \cdot 69 \cdot n$ . d'acord amb la notació de l'època.

- 2.2. En el mateix llibre hi ha un diàleg entre dos estudiants que debaten sobre temes d'aritmètica. **Sofronio**, defén la utilitat d'esta ciència, no obstant, **Antímaco** diu no tindre necessitat d'ella, i té per opinió que "no hi ha cap que sàpia comptar, tenint bons diners".

En la segona part del diàleg s'ajunten altres dos estudiants, **Damón** i **Lucilio** i "es prossegueix la xarrada entre tots quatre, dient cada un les preguntes o disbarats que sap, tot per termes comuns d'aritmètica". Els estudiants del nostre diàleg acorden plantejar, per torn, una qüestió i arribat el de **Damón** diu:



## 2. MATEMÀTIQUES RECREATIVES EN EL SEGLE XVI

*Ara senyors, conformes al concert, vull dir com dos caminants portaven huit arroves de vi, i en el camí van determinar de desfer la companyia i d'apartar-se cada un pel seu cap: i havent de partir per la mitat el vi van trobar que no tenien sinó dos mesures. En l'una cabia tres arroves i l'altra cinc: es demana, com partiran amb estes dos mesures diferents el vi, perquè cada un porte quatre arroves que li vénen de la seua part?*

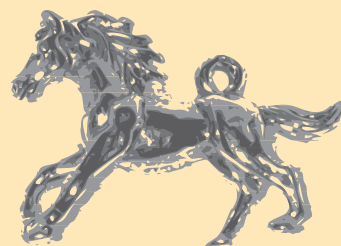
**Damón** explica de seguida els transvasaments necessaris per a aconseguir el propòsit i acaba dient:

*...i com vaig dir huit, vaig poder dir deu arroves, i les mesures siguen una de tres i una altra de set.*

Sabries trobar la solució a ambdós problemes?

A continuació et presentem una sèrie de problemes semblants:

- 2.3. a) Josep en la seua orxateria d'Alboraia només té dos recipients, un de 9 litres i un altre de 4 litres per a mesurar l'orxata. Un client li demana 6 litres d'orxata. Com va aconseguir satisfer el client?
- b) En una altra ocasió, Josep va voler mesurar mig litre d'orxata, però només disposava de dos recipients per a fer-ho. En un cabien cinc quarts de litre, i en un altre, tres quarts. Com se les va enginyar? I si li hagueren demanat només un quart de litre d'orxata?
- 2.4. a) El negoci de Josep va magníficament i aconsegueix comprar tres recipients de 5, 11 i 13 litres de capacitat. Té 24 litres d'orxata en una garrafa i vol repartir-la en parts iguals per a regalar-li-la a les seues tres amigues. Com ho aconseguirà?
- b) Tres clients vénen cada un amb una garrafa de cinc, quatre i dos litres per a comprar orxata. Josep els diu que només li queda una garrafa de nou litres i que els regala l'orxata si es porten cada un la mateixa quantitat. Aconseguiran gratis tres litres d'orxata cada un?





### 3. UN JOC MEDIEVAL: L'ALQUERQUE

El joc de l'**Alquerque** va ser introduït a Espanya pels musulmans que el cridaven **el-quirkat**. És mencionat en una obra àrab del segle X, *Kitab al-Aghami*, i la seua descripció figura també en el *Llibre dels jocs* elaborat davall el regnat d'Alfons X de Castella (1251-1282). Esta recopilació de tots els jocs coneguts de l'època va ser preparada davall la supervisió personal del rei Alfons, l'erudició del qual li va valdre el títol de Savi. Considerava que els jocs eren un aspecte important i agradable de la vida.



L'origen de l'Alquerque és molt antic. Una reproducció d'un tauler quàdruple està gravat sobre les lloses del sostre del temple de Kurna a Tebes, en la vora occidental del Nil, començat per Ramses I (1400-1366 a.C.) i acabat per Sethi I (1366-1433 a.C.). Pareix que este tauler de joc haja sigut esculpit en la pedra pels obrers que treballaven en l'edificació del temple, que van trobar així una forma de distraure's.

No s'han trobat documents que expliquen les regles seguides pels egipcis, però sí que coneixem les regles que s'usaven en l'Espanya medieval.

L'Alquerque ha sigut progenitor de tot un grup de jocs relacionats, estant present en diverses formes en nombroses cultures al llarg de tot el món, tant tradicionals com modernes, des dels indis Poble nord-americans, fins a Indonèsia, passant per Lapònia o Senegal.

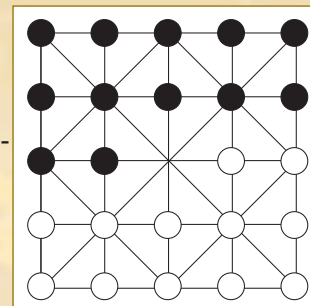
#### EL JUEGO DEL ALQUERQUE

**Nombre de jugadors:** Dos.

**Nombre de fitxes:** Dotze per a cada jugador.

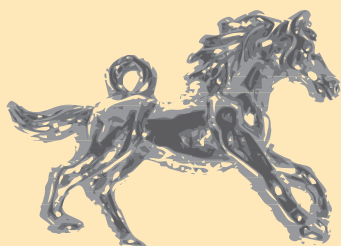
**Objectiu:** Capturar o immobilitzar totes les fitxes de l'adversari.

**Origen del joc:** Mig Orient abans de 1.400 a.C.



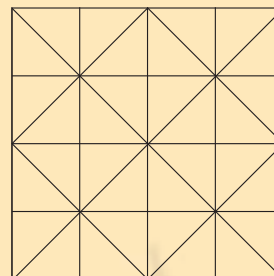
#### REGLES DE JOC

- I. Cada jugador disposa de dotze fitxes de diferent color que són col·locades sobre el tauler abans de començar la partida com indica la figura. Una fitxa es pot desplaçar a qualsevol posició contigua al llarg d'una línia.
- II. Si una posició contigua està ocupada per una fitxa de l'adversari i la posició següent està buida. Es pot botar per damunt de la fitxa enemiga que es retira del joc.
- III. Si una altra fitxa està llavors amenaçada, es pot donar un segon bot en la mateixa direcció o en una altra. Les captures múltiples estan admeses al llarg d'un mateix torn de joc.
- IV. Si una fitxa pot capturar a una altra ha de fer-ho, sinó es perd i és retirada del joc.
- V. Quan un jugador ha capturat totes les fitxes del contrari, la partida ha acabat i ha guanyat.



### 3. UN JOC MEDIEVAL: L'ALQUERQUE

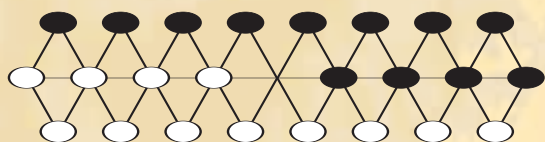
- 3.1. En l'esquema del tauler de l'Alquerque troba tots els quadrats i triangles que hi haja.



- 3.2. Joga amb el teu company o companya unes quantes partides i indica quines estratègies has seguit.

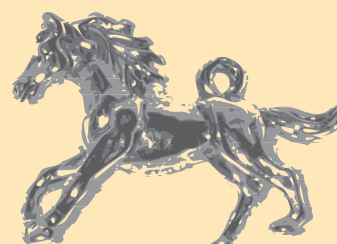
#### EL JOC DE L'AWITHLAKNANNAI

Este joc de curiosa estètica i nom enrevessat, és un dels pocs exemples que es conserven de jocs de tauler entre els pobles aborígens d'Amèrica del Nord. Prové dels indis Zuni, una de les tribus que habitaven des d'antic en la zona de l'actual Nou Mèxic, membres de la gran família d'indis Poble. Segons es creu, l'**Awithlalnannai**, nom indígena que significa "pedres que maten", està inspirat en el joc d'Alquerque que els indis van veure practicar als primers exploradors castellans que es van aventurar per terres d'Arizona i Nou Mèxic a la recerca de les set ciutats de Cibola. Els Zuni van traslladar la batalla ritual de les pedres sobre el llom de la serp mitològica Kolowis, atorgant-li així a l'**Awithlalnannai** el seu aspecte allargat.



Es col·loquen les fitxes tal com indica la figura i es juga amb les mateixes regles que l'Alquerque llevat que no es pot anar cap arrere.

- 3.3. El tauler està format per una sèrie de triangles. Com seria el tauler mínim? Amb quantes fitxes es jugaria? En este tauler, té avantatge el que ix primer? Quina és la millor estratègia?
- 3.4. Què ocorre amb el tauler següent en grandària? Joga amb el teu company o companya unes quantes partides amb el joc "real" i indica quines estratègies has seguit basant-te en les experiències anteriors.



## 4. PEDRO SÁNCHEZ CIRUELO: POLÍGONS ESTRELATS

Este matemàtic aragonés va nèixer a Daroca en 1470. En la Universitat de Salamanca es va dedicar a la Filosofia i a les Matemàtiques. A pesar de l'escassetat de mitjans es va traslladar a la Universitat de París per a instruir-se en la Teologia i altres ciències, i allí va residir deu anys, havent sigut estimat per la seua perícia en les matemàtiques, trobant-se pocs en aquella Ciutat amb coneixement d'elles. Va estar en la Universitat de la Sorbona des de 1492 fins a 1502.

La seua verdadera vocació era la teologia i va escriure el llibre *Reprovação de les supersticions i fetilleries* en què combat les creences i supersticions tocants a Bruixeria, Nigromància, Quiromància, Fetilleria, arts endevinatòries, falsa Astrologia, averanys, etc. És un verdader retrat dels costums d'aquells temps que encara hui perduren. Com a matemàtic i científic que era, Ciruelo va lluitar vigorosament contra la "falsa astrologia" i va saber distingir-la de la "verdadera astrologia", que hui anomenem comunament Astronomia.

Va publicar i va corregir els llibres *Geometria speculativa* i *Arithmetica speculativa* del matemàtic anglés **Thomas Bradwardine** (1290-1349).

Com es mostra en el document, este matemàtic va ser un dels primers a tractar en un d'eixos llibres els polígons estrelats.

Finalment assenyalar que del segon cognom "Ciruelo" ve la frase que antigament es deia "sap més que el mestre Ciruelo".

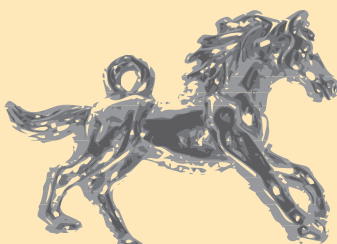
Obtindràs diferents polígons unint els punts de les circumferències. En la plantilla apareixen 6 circumferències en què s'han dibuixat de manera equidistant 5, 6, 7, 8, 9 i 10 punts. Per a poder dibuixar diverses figures sobre el mateix tipus de circumferència és necessari que faces fotocòpies de la plantilla.



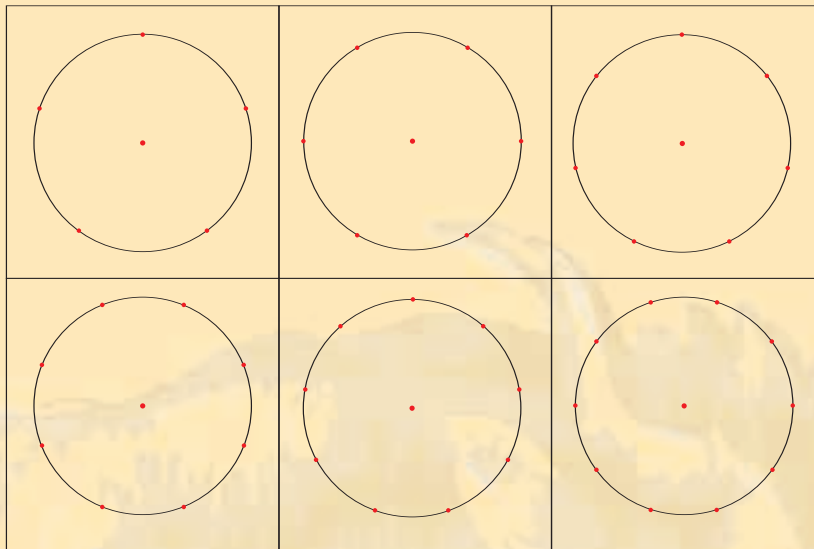
**4.1.** Si unixes els punts adjacents de cada circumferència obtens diferents polígons regulars.

a) Indica el nom de cada un d'ells i determina el valor de l'angle interior (angle que formen dos costats contigus).

b) Sabries trobar una fórmula que donara eixe angle en funció del nombre de costats? Si la trobes determina l'angle per a un polígon de 12, 30 i de 360 costats.



## 4. PEDRO SÁNCHEZ CIRUELO: POLÍGONS ESTRELATS



4.2. Representa en una gràfica l'angle interior del polígon en funció del nombre de costats (per a  $n \leq 20$ ).

4.3. Ara uniràs els punts de 2 en 2, de 3 en 3, etc. per a obtindre polígons estrelats.

a) En la circumferència de 5 punts, quants polígons estrelats diferents obtens?  
I en la de 6, 7, 8, 9 i 10 punts?

Si designem per  $\{n/k\}$  el polígon obtingut a partir de  $n$  punts units de  $k$  en  $k$ ,

b) De quina altra forma podries obtindre els polígons  $\{11/5\}$  i  $\{13/6\}$ ?

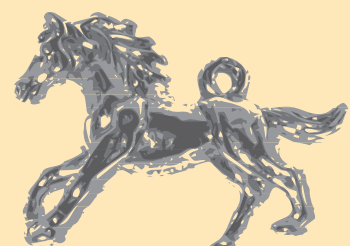
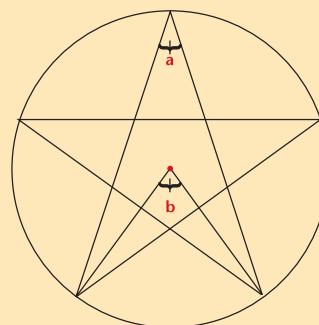
4.4. Recorda que l'angle  $b=2a$  (l'angle inscrit és la meitat de l'angle central):

a) Calcula l'angle interior dels polígons estrelats  $\{5/2\}$ ,  $\{7/2\}$ ,  $\{7/3\}$  i  $\{9/5\}$ .

Hi ha una fórmula que és vàlida també per a polígons regulars:

$$180 - \frac{360 \cdot k}{n}$$

b) Comprova la fórmula per a  $\{6/1\}$  i  $\{7/4\}$  i aplica-la als polígons  $\{8/3\}$  i  $\{10/7\}$ .





## 5. PEDRO NUNES: LA CONSTRUCCIÓ D'UN NÒNIUS

Pedro Nunes, matemàtic portugués, va nèixer a Alcocer do Sal en 1502 i va morir a Coïmbra en 1578. Va ser sens dubte el major matemàtic portugués del segle XVI i és considerat per molts com un dels millors matemàtics de sempre.



Va ensenyar Filosofia, Moral, Lògica i Metafísica en la Universitat de Lisboa, encara que el seu interès es centrava principalment en les Matemàtiques i la Física, dedicant-se en especial a la Nàutica. Va ser l'inventor del nònius i es va interessar igualment per les equacions i la geometria.



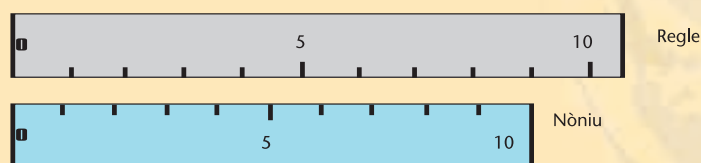
Pedro Nunes, en el seu llibre *De Crepusculis* explica un mètode per a determinar de forma rigorosa l'altura dels astres. La utilització de l'astrolabi conjuntament amb el mètode descrit per l'astrònom portugués va ser de gran utilitat per a la ciència nàutica.

Este mètode es va concretar en un instrument circular que permetia mesurar fraccions de grau i que es va denominar *nònius*.

Posteriorment la idea de Pedro Nunes seria utilitzada en un instrument pràctic i simple, el nònius lineal que permetia mesurar amb una bona aproximació grossàries d'objectes. Un exemple d'aplicació del nònius és el **calibre** que mesura grossàries, diàmetres externs i interns de tubs, etc.

### 5.1. Vas a construir un nònius i vas a utilitzar-lo:

1.- Necessites dos regles, una xicoteta i una altra major com les de la figura:

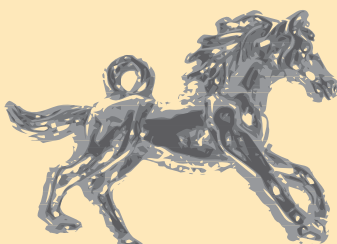


2.- Dividix el regle major (Regle) en 10 parts iguals, marcant l'escala en la seua part inferior.

3.- Dividix també el regle menor (Nònius) en 10 parts iguals, marcant l'escala en la part superior.

4.- Apega el regle i el nònius en una cartolina i retalla'ls.

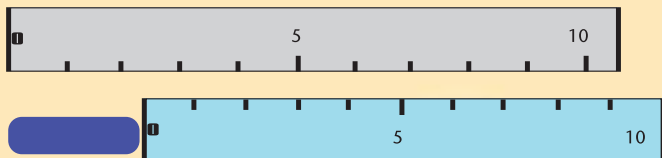
5.- Col·loca el regle i el nònius que has construït en la posició que mostra el dibuix i observa que el nònius complet correspon a 9 de les 10 parts del regle, la qual cosa vol dir que cada divisió del nònius és 0,1 menor que cada divisió del regle.



## 5. PEDRO NUNES: LA CONSTRUCCIÓ D'UN NÒNIUS

Ja tens construït un nònius, vegem ara **com utilitzar-lo**:

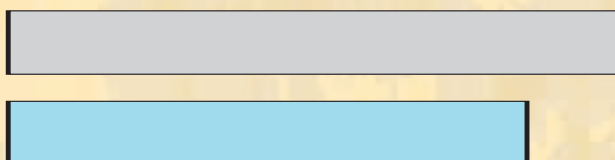
1.- Col·loca l'objecte de manera que un dels seus extrems coincidisca amb el 0 del regle.



2.- Ajusta el nònius a l'altre extrem de l'objecte, com pots veure en el dibuix.

3.- L'objecte mesura dos unitats del regle i un poquet. Per a esbrinar quant val eixe poquet observa quina és la divisió que coincideix en el regle i en el nònius. És la tercera, després la longitud de l'objecte és 2,3.

Ací tens el regle i el nònius per a retallar.



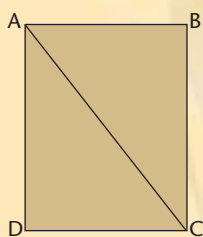
5.2. Intenta explicar per què el mesurament anterior és 2,3.

5.3. Practica mesurant amb el teu nònius altres objectes.

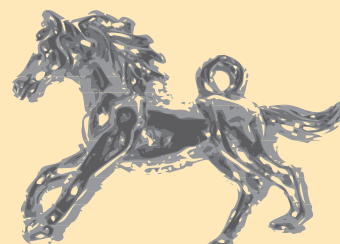
Pedro Nunes també es va interessar per la resolució d'equacions i pels problemes geomètrics, a continuació et proposem tres d'ells que tu podràs resoldre pels mecanismes actuals que són diferents dels que va utilitzar Pedro Nunes per a la seua resolució.

5.4. Si l'àrea d'un rectangle és coneguda i la suma dels costats major i menor també ho és, cada un dels costats serà conegut. Suposa que tenim un rectangle d'àrea 12 brases quadrades i la suma dels seus dos costats mesura 8 brases. Calcula quant valen els costats.

La **braça** és una antiga mesura lineal que correspon a 2,20 metres.



5.5. Si coneixem l'àrea i la diagonal d'un rectangle, podem conèixer els costats. Suposant que l'àrea és 12 i la diagonal AC és 5 esbrina quant mesuren els costats. Pista: Un costat mesura una unitat més que l'altre (pots calcular-ho de dos maneres).





## 6. L'EVOLUCIÓ DELS ESCACS

Conta una llegenda que l'inventor dels escacs va ensenyar el joc a un rei que habitava a l'Índia i que el Rei, meravellat pel joc, li va oferir com a recompensa el regal que desitjara. L'inventor del joc va demanar al Rei que li donara un gra d'arròs per la primera casella del tauler, dos per la segona, i així anava doblgant la quantitat en cada casella, és a dir, quatre en la tercera, huit en la quarta i així successivament. El Rei en un principi va quedar sorprès per l'escàs valor de la recompensa, però al meditar-ho un poc més es va adonar que mai podria pagar a aquell que li havia ensenyat el millor dels jocs que s'han inventat.



**6.1.** Sabries calcular quants grans d'arròs li va demanar l'inventor dels escacs al Rei?

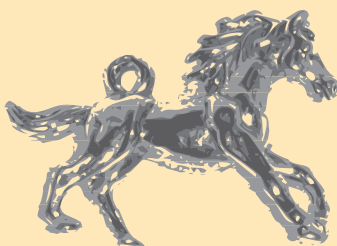
El joc dels escacs té el seu origen a l'Índia, més concretament a la Vall de l'Indus, i data del segle VI d.C. Originàriament s'anomenava Chaturanga, o joc de l'exèrcit, es va difondre ràpidament per les rutes comercials, va arribar a Pèrsia, on s'anomenava Chatrang, i des d'allí a l'Imperi bizantí, estenent-se posteriorment per tot Àsia.



Els àrabs, que el denominaven Shantraj o Shatranj, el van adoptar i el van introduir a Occident a través d'Espanya entre els segles VIII i X. Van ser ells els que van desenvolupar mètodes de notació algebraica que permeten l'anàlisi i registre de problemes i partides.

Durant l'edat mitjana Espanya i Itàlia eren els països on més es practicava. Es jugava d'acord amb les normes àrabs. El Rei Alfons X el Savi (1221-1284), rei de Castella i Lleó, és autor del bell llibre d'escacs: **Llibre dels Escacs, daus i taules**, el primer tractat d'escacs europeu, que conté 103 problemes explicats i il·lustrats.

En el segle XV el joc dels escacs comença a canviar, consolidant-se esta reforma durant els segles XVI i XVII, període durant el qual es fixen les regles dels escacs que s'han mantingut fins als nostres dies.



## 6. L'EVOLUCIÓ DELS ESCACS

Canvis significatius d'esta època són:

- La introducció del "Enroc".
- Es permet el facultatiu avanç del peó un o dos passos i la captura "al pas".
- El moviment de la dama, que només podia moure's de casella en casella, es convertí en el més poderós.

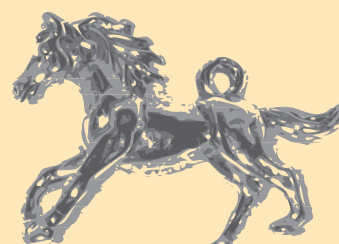
Les noves regles, amb obertures i problemes van ser descrites per Lucena (m. 1506) "Repetició d'amors i art d'axedres" i per Ruy López de Segura (1507-1575) "Llibre de la invenció liberal i art del joc dels escacs". Es consideren els primers analistes de l'Era Moderna dels escacs.

Posteriorment, André Danican Philidor publicaria el primer reglament imprés, el seu títol "Analyse du jeu des echecs" (1749).

El moviment de les peces en l'època d'Alfons X era un poc diferent del que coneixem actualment.

**Explicarem breument com es movien les peces en l'època d'Alfons el Savi:**

- La **dama**, també anomenada **Alforza** era la peça més dèbil dels escacs àrabs, només es podia moure a una casella adjacent en diagonal (cap avant o cap arrere), però en el seu primer moviment podia botar a una tercera casella, inclús per damunt de les peces com el cavall, però sense poder capturar cap peça. A més este moviment podia ser en línia recta o en diagonal.
- L'alfil es movia com les actuals dames, però de tres en tres i el peó al coronar només podia convertir-se en dama (i botar tres caselles en el moviment següent a la seua coronació).



## 6. L'EVOLUCIÓ DELS ESCACS

6.2. Ací apareixen 3 dels 103 problemes que apareixen en el llibre d'escacs d'Alfons X, publicat a Sevilla en 1283. Intenta resoldre'ls amb les indicacions anteriors.

Problema 1



Juguen les blanques

Problema 2



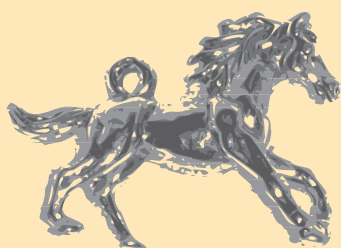
Juguen les negres

Problema 3



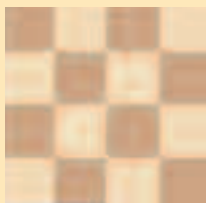
Juguen les blanques

Vegem ara alguns problemes més relacionats amb els escacs:  
(El moviment de les peces és com en l'actualitat).



## 6. L'EVOLUCIÓ DELS ESCACS

- 6.3. Imagina que tens un tauler d'escacs però d'una grandària de  $4 \times 4$ , com el següent:

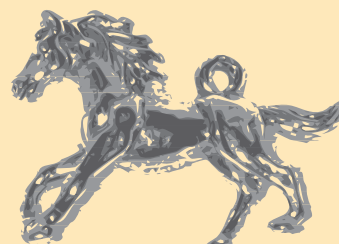


- a) Quantes reines cal col·locar perquè totes les caselles estiguen, o bé ocupades o bé amenaçades per almenys una reina?
- b) I si el tauler fóra de  $5 \times 5$ ?
- c) Intenta esbrinar també quantes reines és possible col·locar en un tauler de  $4 \times 4$  de manera que cap d'elles estiga amenaçada per una altra.
- d) I si el tauler és de  $5 \times 5$ ?

- 6.4. Imagina't ara que tenim en un tauler d'escacs, quatre cavalls, 2 blancs i 2 negres, col·locats en els quatre cantons d'un quadrat de  $3 \times 3$ . Quin és el número mínim de moviments per a intercanviar els dos cavalls negres amb els dos blancs? Calcula-ho primer suposant que els cavalls puguin eixir fora de les caselles del tauler de  $3 \times 3$  i després suposant que no poden eixir.



- 6.5. Col·loquem ara en el mateix tauler de  $3 \times 3$  tres peons blancs i tres negres. Els peons es mouen i maten igual que els peons dels escacs. Per a guanyar cal aconseguir col·locar un dels nostres peons en el costat oposat del tauler, o bé capturar els tres peons contraris o aconseguir que el nostre contrincant no pugui realitzar cap moviment. Joga amb els teus companys i intenta trobar una estratègia guanyadora.





## 7. MESURES AGRÀRIES ANTIGUES

Una extensió agrària, una vinya o un bosc no solen mesurar-se amb les típiques unitats de superfície com són:  $m^2$ ,  $dm^2$ ,  $dam^2$ ,... sinó que hi ha unes unitats pròpies que s'utilitzen per a mesurar extensions de cultiu o de boscos que reben el nom d'unitats agràries.

Estes unitats agràries són:

- |                     |                                 |
|---------------------|---------------------------------|
| - L'Hectàrea (ha)   | $1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2$ |
| - L'àrea (a)        | $1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2$ |
| - La centiàrea (ca) | $1 \text{ ca} = 1 \text{ m}^2$  |

Hi ha també altres unitats agràries molt importants que es solen utilitzar per a mesurar la superfície de camps de cultiu, que són les següents:

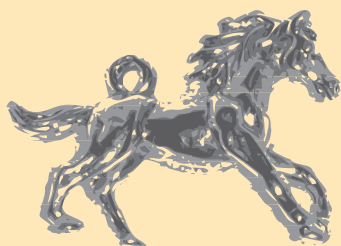
- **La fanecada.** 1 fanecada equival a  $831,09 \text{ m}^2$
- **El quaranté.** 1 quaranté equival a  $207,7725 \text{ m}^2$
- **La braça.** 1 braça equival a  $4,15545 \text{ m}^2$

Donant-se entre elles les relacions següents:

- 1 fanecada equival a 4 quarantens o 200 braces.
- Un quaranté equival a 50 braces.

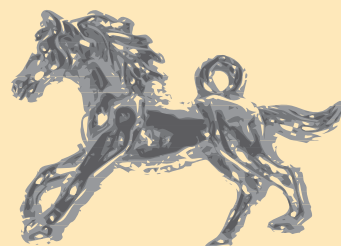
Existixen també altres mesures agràries com per exemple el jornal. En moltes comarques d'Espanya el jornal era la superfície de terreny que es podia treballar en una jornada, ja fóra cavant, llaurant o sembrant. L'equivalència en metres quadrats és molt dispar, ja que si és cavant pot ser d'uns  $400 \text{ m}^2$  i si és llaurant pot arribar fins als  $6.000 \text{ m}^2$ .

- 7.1. Un terreny té una superfície de 15 fanecades, 4 quarantens i 2 braces.  
a) Expressa la superfície en braces. b) El mateix en quarantens.
- 7.2. Un terreny té una superfície de 5 hectàrees, 27 àrees i 30 centiàrees. Expressa la superfície en  $m^2$ .
- 7.3. Manolo té un terreny la superfície del qual és de 3,2 fanecades, 2,25 quarantens i 4,3 braces; en canvi, el terreny de Santiago té una superfície de 0,5 hectàrees, 5,5 àrees i 10,3 centiàrees. a) Qui té més terreny? b) Quantes vegades és major el terreny d'un que el de l'altre?
- 7.4. Un agricultor disposa d'un terreny que té una superfície de 20 fanecades, 1 quaranté, 16 braces i 3,9 centiàrees. Expressar la superfície d'este terreny en  $m^2$ .



## 7. MESURES AGRÀRIES ANTIGUES

- 7.5. La forma del terreny citat en l'activitat anterior, es pot dir que és pràcticament quadrangular. Per tant, quines són les dimensions del terreny?
- 7.6. Actualment el terreny es troba sense cultivar. El propietari del terreny ha decidit plantar tarongers. La plantació es realitzarà de la manera següent: Els arbres que es troben en les primeres files, es situaran a 2 metres dels límits del terreny (perquè al créixer no invadisquen els límits dels terrenys confrontants). En cada fila els tarongers han d'estar separats 2 metres entre si i, dos fileres de tarongers estan separades 3 metres. Quants tarongers necessitarà el propietari? Quants tarongers necessitarà per fanecada? I per hectàrea?
- 7.7. L'agricultor ha demanat a un tècnic agrícola que li facilite les quantitats de fertilitzant que ha d'aportar al terreny. El tècnic li ha recomanat que aporte les quantitats següents:  
Urea: 70 kg/ha.  
Fosfat amònic: 15 kg/ha.  
Nitrat Fosfòric: 100 kg/ha.  
Segons les dades facilitades pel tècnic. Quants kg. de cada fertilitzant haurà d'aportar al terreny l'agricultor?
- 7.8. El tècnic aconsella el propietari del terreny que, a més dels fertilitzants, hauria de realitzar-li una aportació de matèria orgànica, no sols per a enriquir de N al terreny i puga ser absorbit pel cultiu, sinó també per a millorar l'estructura del sòl, augmentant la seua porositat. Segons el tècnic s'hauria d'aportar 20 Tones/ha. d'humus (procedent de la matèria orgànica). Este humus s'obtindrà a partir del fem d'oví (aprofitant l'existència d'una granja d'oví prop del terreny). Segons la informació que disposa el propietari, el fem d'oví conté un 35% en humus. Amb estes dades, quantes tones de fem d'oví haurà d'adquirir el propietari?
- 7.9. El propietari de la finca està disposat a comprar un terreny que limita amb el seu. Este terreny té una superfície de 5 fanecades, 2 quarantens, 20 braces i 2 centiàrees. D'adquirir este terreny, en quin percentatge augmentaria la superfície inicial que posseïa el propietari? Nota: utilitza les dades de la 4ª activitat.
- 7.10. El propietari ha sentit dir que s'ha aprovat una directiva europea, per la qual tot propietari que dispose com a mínim d'una superfície de 30 fanecades de terreny i acredite una dedicació exclusiva a l'agricultura, rebrà importants subvencions per al cultiu. En el cas que l'agricultor adquireisca el terreny mencionat en l'activitat anterior, quants quarantens necessitaria adquirir més per a poder obtenir eixes subvencions? i, en quin percentatge incrementaria novament el terreny?





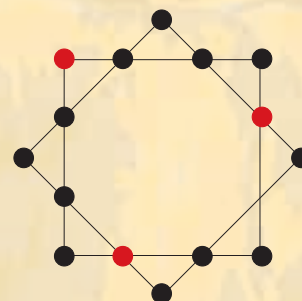
## 8. PASSATEMPS I AL-ANDALUS

En esta secció realitzaràs diferents jocs que ajudaran:

- A conèixer una miqueta més la gran influència que va tindre per a la Ciència i la Cultura en general la presència àrab en estes terres. Gràcies a ells es va introduir a Espanya el sistema decimal de posició, la geometria i astronomia grega, així com els fonaments de l'àlgebra. Però la seua influència va ser també molt important en altres camps com la Medicina, Filosofia, etc.
- A recordar conceptes i regles de càlcul que utilitzes constantment en l'assignatura de Matemàtiques.
- A pensar, fer conjectures, investigar i inclús en alguna activitat que exigisca més treball, a compartir-ho amb els teus companys i companyes aprenent a treballar en equip.

- 8.1.** En la Còrdova andalusí la figura geomètrica característica és l'octògon regular que dona origen a l'anomenat "número cordovés".

En l'estrela de huit puntes en què apareix la figura d'un octògon cal substituir els cercles per números de l'1 al 16 perquè la suma de cada un dels costats dels quadrats que apareixen siga sempre 34.

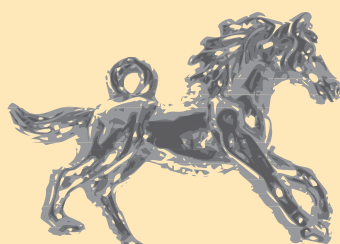


Com a ajuda t'indiquem que els números dels cercles rojos estan extrets d'AL-ANDALUS:

Són el nombre de paraules, el nombre de lletres i el nombre de vegades que apareix la vocal repetida.

- 8.2.** En els 12 bancs de pedra d'una plaça andalusa s'havia escrit amb taseles 12 noms que feien referència a l'apogeu àrab en estes terres quan es denominava AL-ANDALUS. Alguna persona poc civilitzada i amant de la cultura i les tradicions havia arrancat les vocals d'eixes paraules. Un grup d'alumnes d'un Col·legi pròxim van trobar les peces i es van proposar reconstruir les paraules.

M		Z	Q			T			L	G		B	R	
	S	T	R		N		M			F	R		S	
G	R		N		D			V		R	R			S
	Z		R	Q				L		C		R	D	B
	L	H		M	B	R			M		S			C
	L	G		R		T	M			V		C		N



## 8. PASSATEMPS I AL-ANDALUS

Les 44 lletres trobades són A (19), E (6), I (7), O (10) i U (2).

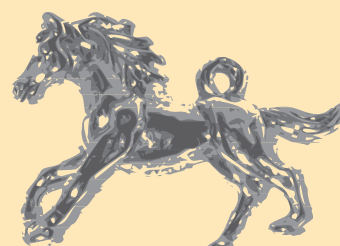
- Intenta fer el treball realitzat per eixos xics i xiques si és necessari ajudant-te amb un diccionari.
- Una vegada trobades les paraules escriu, ajudat pel diccionari o per internet, alguna frase explicativa de les paraules reconstruïdes.

### 8.3. SOPA DE LLETRES

En esta sopa de lletres hem de trobar 13 paraules. Per a això cal completar les qüestions que es troben davall:

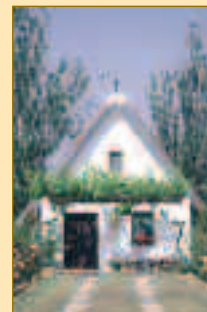
O	I	M	O	N	I	L	O	P	A	I	M	A	R
R	D	A	R	I	N	V	E	R	S	A	S	M	A
E	E	T	M	E	D	I	A	T	R	I	Z	O	M
J	N	C	I	R	C	U	L	O	I	M	A	S	O
A	T	E	R	M	I	N	O	S	A	K	O	A	N
C	I	R	C	U	N	F	E	R	E	N	C	I	A
O	D	E	T	N	E	I	D	N	E	P	H	C	O
L	A	N	O	I	C	A	R	A	R	S	O	O	T
A	D	E	I	N	F	I	N	I	T	A	S	T	A

- El lloc geomètric dels punts del pla que equidisten d'un punt rep el nom de .....
- La recta perpendicular a un segment i que passa pel seu punt mitjà s'anomena .....
- Una regió plana recoberta de llosetes poligonals juxtaposades, de manera que ni es solapen ni deixen buits entre si es denomina .....
- La porció de pla situat en l'interior d'una circumferència rep el nom de .....
- El nombre d'obres que treballen en una obra i el temps que tarden a acabar l'obra, són magnituds .....
- La igualtat:  $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$  rep el nom de .....
- L'expressió:  $2x + 3y + 6 = 0$  representa l'equació d'una .....
- El resultat de l'expressió:  $2^5 : 2^2 + 3^0 \cdot 2 \cdot 2^{-1}$  és: .....
- Els números: 2, -5,  $5/3$  a més de números reals són números .....
- En l'equació de la recta:  $y = 2x + 3$ , el número 2 representa la ..... de la recta.
- L'expressió:  $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + 2$  representa un .....
- L'equació:  $0x = 0$  presenta ..... solucions
- L'expressió:  $2x^2 + 3x + 5$  consta de tres .....



## 9. LA BARRACA VALENCIANA

La feraç horta valenciana, que s'estén al llarg de la costa, des de Carcaixent fins a Sagunt, té zones, com la de L'Albufera, de característiques molt acusades. La vivenda rural és la barraca, i en ella podem distingir els tipus següents: la barraca d'hortolans, en l'horta pròpiament dita; la de pescadors, en la platja, i en L'Albufera les dos modalitats.



El clima de València i la fertilitat de les seues terres permeten diverses collites a l'any, amb un sistema d'explotació intensiva que precisa una constant atenció. Este és el motiu que l'hortolà construísca la seua vivenda al peu de la seua parcel·la, emprant, quasi únicament, amb sentit de la màxima economia, els materials que brinda la naturalesa: canyes, fang, juncs i canyissos.

La barraca de l'horta respon a un tipus molt definit, que a penes ha patit variació amb el pas del temps. És de planta rectangular, d'uns 9 x 5,50 m., i coberta a dos aigües amb cavallet perpendicular a la fatxada —quasi sempre orientada al migdia—, que està en un dels costats menors.

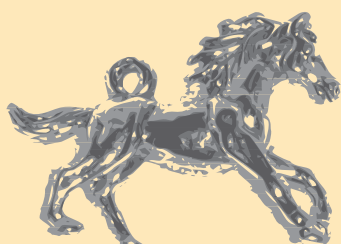
La distribució és sempre pareguda: una porta, situada a un costat de la fatxada, dóna accés a un ampli pas, que recorre tota la longitud de la barraca i acaba amb una altra porta en la fatxada oposada, per a facilitar la circulació d'aire. Este corredor servix de cuina, estança i magatzem d'apers.

En l'altra crugia es distribuïxen els dormitoris, generalment tres. Al porxe o andana, que antigament es destinava a la cria de cucs de seda, es puja per una escala de mà.

Les parets, d'uns 2,50 m d'altura, es fan amb atovons, anomenats gasons, que es col·loquen en asta sencera o en mitja asta, segons l'economia que es perseguisca.

El carener de la coberta es remata amb una creu de fusta en cada extrem. D'aquest acabat en creu s'ha escrit que, en el segle XVI, pregonava la qualitat de cristians vells dels habitants de la barraca, enfront de les habitades per moriscos. Però no hi ha proves suficients per a mantindre esta teoria i, segons pareix, es tracta simplement d'un símbol piadós.

- 9.1. a) Fa uns dies, Pedro va preguntar a un home del camp sobre l'antiguitat que tenia una barraca situada en un hort, en els afores de la seua ciutat. Pedro no recorda exactament els anys que li va dir l'home que tenia la barraca, però si recorda que era un número parell, menor de 200 i, que era un múltiple de 9 i 11. Ajuda a Pedro a recordar este número.



## 9. LA BARRACA VALENCIANA

b) Pedro s'ha assabentat d'una cosa curiosa que succeïx en la barraca. Pareix que el propietari de la barraca, el Sr. Martínez, va arribar a un acord amb la seua dona i amb el seu fill perquè els tres utilitzaren la barraca com a lloc de reunió amb els seus respectius amics/amigues, evitant el més possible coincidir els tres. El Sr. Martínez es reünix amb els seus amics cada 8 dies, la seua dona ho fa amb les seues amigues cada 12 dies i el seu fill queda amb els seus amics cada 15 dies. Fa uns dies els tres es van emportar una sorpresa: Pare, mare i fill van coincidir el mateix dia en la barraca!

A partir d'eixe dia la pregunta que es fan és quan tornaran a coincidir. Ho saps tu?

9.2. El propietari de la barraca ha decidit assegurar-la. La prima anual d'una companyia d'assegurances és el 5% del valor assegurat.

a) Quina és la prima de la barraca si el valor assegurat és de 1.200 euros?

b) Si la prima s'actualitza en un 2% cada any. Quina serà la prima d'ací a 5 anys?

9.3. Esta barraca té base rectangular. Una de les seues dimensions, en concret la seua longitud, és de 9,5 metres.

a) Calcula l'altra dimensió sabent que esta representa les  $\frac{3}{5}$  parts de la longitud de la barraca.

Com s'observa en el dibuix de la barraca, en la seua part davantera, té una porta rectangular i dos finestres també rectangulars, una més gran que l'altra. Les dimensions de la porta i de la finestra més gran estan en la proporció 3:2 ( $\frac{3}{2}$ ) i esta mateixa relació es dona entre la finestra gran i la xicoteta. Sabent que les dimensions de la porta són: 198 cm. x 90 cm.

b) Calcula les dimensions de les dos finestres.

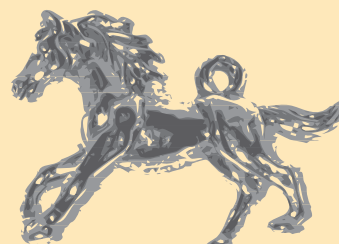
c) Troba la relació existent entre les àrees de les dos finestres. Què observes?

9.4. a) Calcula la superfície lateral de la barraca, així com el seu volum, tenint en compte les dimensions de la barraca obtingudes anteriorment i sabent que les parets tenen una altura de 2,5 m., sent esta també la distància a què es troba el carener respecte del pis en l'andana.

b) El propietari ha decidit emblanquinar la barraca. Quants pots d'un kg. de pintura es necessitaran si amb un pot es pot emblanquinar  $10 \text{ m}^2$  de paret (després de donar-li diverses passades)?

Nota: tin en compte que ni la porta, ni les finestres ni la teulada s'emblanquinen.

c) Si el que val el kg. de pintura en euros coincidix amb el màxim comú divisor de 6 i 15, quant costarà emblanquinar la barraca?





## 10. LA CLEPSIDRA: RELLOTGE D'AIGUA

La necessitat de saber l'hora encara en els dies ennuvolats i a la nit, va preocupar ja des de molt antic. Els rellotges d'aigua es van basar en la regularitat del descens de la superfície d'un líquid contingut en un recipient amb un orifici xicotet d'eixida.

Cap al **850**, ja existia en la ciutat islàmica de Còrdova en al-Àndalus, un ambient científic i cultural tan intens com per a produir individualitats de la talla d'**Abbás Ibn Firnás**. Este home, dotat d'un esperit que recorda al dels genis del Renaixement italià, havia construït en sa casa el que pot passar per ser el primer planetari de la història del món. Es tractava d'una habitació dins de la que estaven representades les constel·lacions, els astres i els fenòmens meteorològics. Les escasses ressenyes que queden d'este planetari assenyalen que **Ibn Firnás** l'havia dotat de mecanismes tals que el visitant quedava esglaiat per l'aparició de núvols, relamps i trons entre les quatre parets de l'habitació, efectes especials que hui hagueren despertat l'enveja dels tècnics de Hollywood i Disneylandia.



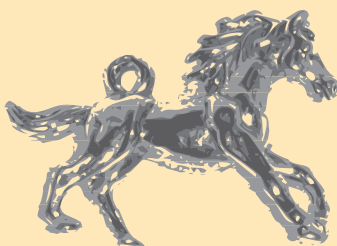
**Ibn Firnás** també va construir una clepsidra (rellotge d'aigua) dotada d'autòmats mòbils amb què es podia conèixer l'hora en els dies i nits ennuvolats, i va introduir en al-Àndalus la tècnica del tallat del cristall.

Construiràs un recipient cilíndric que et servisca de "rellotge d'aigua". Per a això has de conèixer les característiques del cilindre i les seues propietats.

**10.1.** Quina és la fórmula del volum d'un cilindre?

**10.2.** Un recipient cilíndric ha de contindre 1,5 litres d'aigua. Quants  $\text{cm}^3$  són 1,5 litres? Si el radi de la base mesura 5 cm., quina altura haurà d'aconseguir el recipient?

**10.3.** Si es reduïx a la mitat l'altura, què haurà de mesurar ara el radi? I si es fa el doble? Calcula les dimensions quan l'altura siga igual al diàmetre.



## 10. LA CLEPSIDRA: RELLOTGE D'AIGUA

10.4. Una vegada ple el recipient fem un xicotet forat en el centre de la seua base de manera que perd  $125 \text{ cm}^3$  per minut. Quant de temps tarda a buidar-se? Si volem que es buide en 3 minuts, què hem de fer? Quina quantitat d'aigua ha d'eixir per minut?

10.5. Volem que ens servisca de cronòmetre. Per a això hem de fer unes marques en la paret del recipient que ens indiquen cada minut que passa. A quina distància cal assenyalar les marques en cada cas?

10.6. Ara estàs en condicions de construir la teua pròpia "clepsidra":

a) Agafa una botella i amb atenció talla la part superior per a poder col·locar un got com s'indica en la figura.

b) Apega una tira vertical de paper adhesiu marcant en centímetres l'altura de la botella.

c) Fes un xicotet forat en la part inferior del got i aboca aigua en ell.

d) Mentre ho fas, intenta mantindre sempre el got mig ple (així eixirà sempre l'aigua de manera uniforme), el teu company/a cada 30 segons anota sobre la tira graduada l'altura de l'aigua.

Feu-ho durant 5 minuts i després apegueu una altra tira al costat i feu la marca cada minut.

