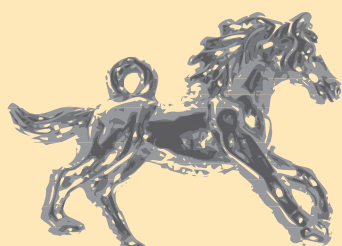


IBERIA

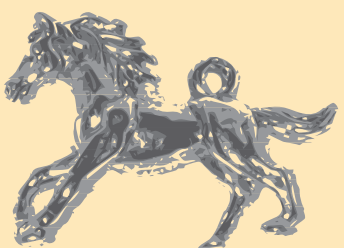
FICHAS DE TRABAJO. ÍNDICE DE CONTENIDOS

ACTIVIDAD	BLOQUE	CONTENIDOS
1. Los Íberos	-Aritmética	-Números primos, cálculo y unidades
2. Matemáticas recreativas en el siglo XVI	-Aritmética y Álgebra	-Ecuaciones y números enteros
3. Un juego medieval: el Alquerque	-Resolución de problemas	-Juegos de estrategia
4. Pedro S. Ciruelo: Polígonos estrellados	-Geometría	-Ángulos y polígonos
5. Pedro Nunes: la construcción del nonio	-Geometría y Álgebra	-Medidas y ecuaciones
6. La evolución del ajedrez	-Resolución de problemas	-Juegos de estrategia
7. Medidas agrarias antiguas	-Aritmética	-Cambio de unidades, porcentajes
8. Pasatiempos y Al-Andalus	-Transversalidad matemática	-Conceptos, historia, etc
9. La barraca valenciana	-Aritmética y Geometría	-Áreas, porcentajes y unidades
10. La clepsidra: reloj de agua	-Aritmética y Geometría	-Volúmenes y unidades de capacidad

1^{er} Ciclo de la E.S.O. Matemáticas, Iberia



1^{er} Ciclo de la E.S.O. Matemáticas, **Ibernia**



1. LOS ÍBEROS



Las últimas teorías consideran que los *Íberos* llegaron a la Península Ibérica desde el Norte de África, asentándose fundamentalmente en la costa mediterránea y al sur, donde crearon diversas culturas de las que aún hoy se conservan restos arqueológicos de gran importancia. Entre ellas destaca la que relatos griegos llamaron de *turdetanos* o *túrdulos* y cuya ciudad fue *Tartessos*. Hoy está considerada como una tribu ibérica, que fundó un importante reino de gran cultura en el valle del Guadalquivir, al sur de España. Sobre el año 1200 a.C. tribus celtas entraron en la península por el Norte, se establecieron en gran parte de su territorio asentándose y mezclándose con los íberos.

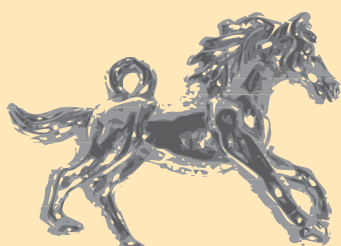


- 1.1. Los íberos eran un pueblo guerrero. La lista siguiente corresponde a los nombres de diferentes armas y elementos utilizados por ellos en las batallas, pero un "perverso matemático" a cambiado las letras (letras dobles no cuentan) por números. Sabemos que tiene debilidad por los números primos y hemos descubierto que cada grafía ha sido reemplazada por un número primo, de manera que el primero corresponde a la primera letra del alfabeto y así sucesivamente. ¡El 1 no se considera número primo!

¿Cómo se llaman las diferentes armas y objetos utilizados por los íberos?

Realiza la "Criba de Eratóstenes" para obtener los 27 primeros números primos.

13.2.37.5.2.73.2	
73.67.2.17.79.37.2	-Jabalina ligera arrojadiza utilizada por la caballería. También usada como arpón de pesca.
37.2.43.5.11.2	



1. LOS ÍBEROS

37.53.67.23.17.2	
71.2.17.79.43	- Prenda gruesa, a modo de capote, confeccionada con la lana oscura típica de las ovejas.
17.2.11.71.79.41	- Larga barra de hierro forjado en la que la parte central es más gruesa donde, se empuña, y que decrece gradualmente hacia los extremos.

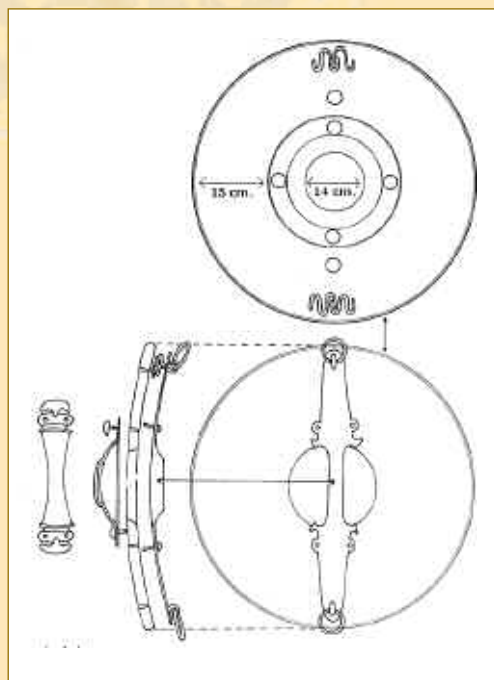
1.2. Uno de los elementos que utilizaban para protegerse era un escudo. Este escudo circular de 60 cm. de diámetro se denomina "caetra".

a) Calcula el perímetro y la superficie del escudo.

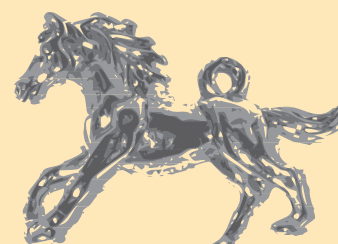
b) Los 6 círculos pequeños tienen una superficie de $42,39 \text{ cm}^2$. ¿Qué diámetro tienen?

c) Observa que hay dos coronas circulares con la misma anchura. ¿Cuál es ésta? ¿Cuál tiene mayor área?

d) Queremos construir un escudo romano (rectangular de alto doble que ancho) que tenga la misma superficie. ¿Qué dimensiones tendrá?



e) Compara los perímetros de ambos escudos.



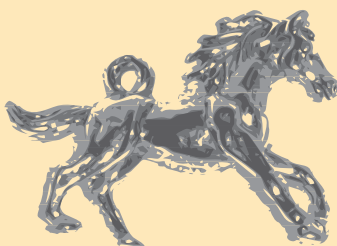
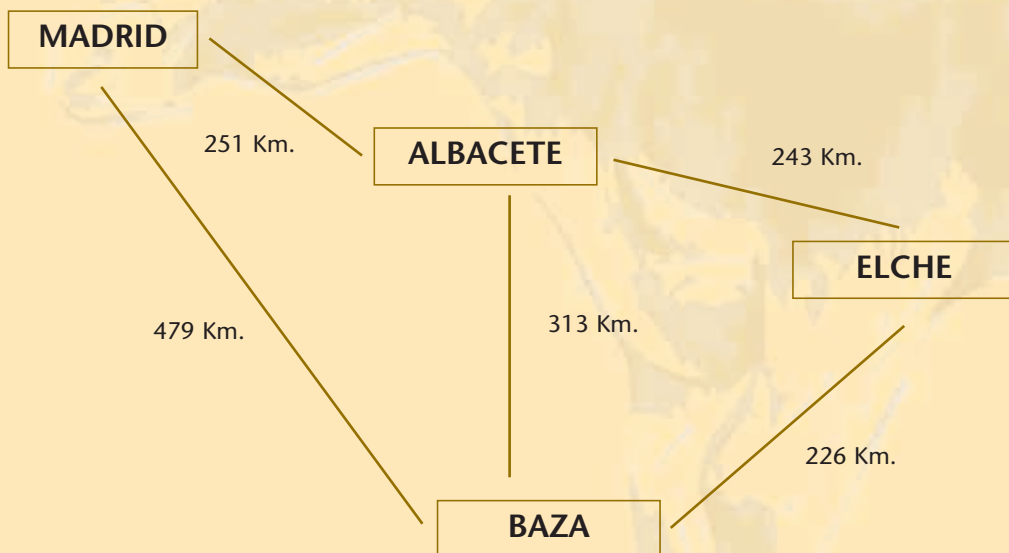
1. LOS ÍBEROS

- 1.3. En el Museo Arqueológico de Madrid está presente la cultura ibera. En él se pueden ver tres damas iberas: la Dama de Elche (Alicante), la dama de Baza (Granada) y la dama sedante del Cerro de los Santos (Albacete).

La dirección del museo ha decidido exponer durante un tiempo cada una de las damas en sus ciudades de procedencia: Elche, Baza y Albacete.

Se piensa realizar el traslado por carretera a una velocidad media de 100 km/h. y se necesita la hora en cada localidad para depositar las damas en los museos correspondientes.

- a) ¿Cuál es el trayecto más corto en kilómetros?
- b) ¿Cuánto tiempo en horas, minutos y segundos, transcurre desde que sale y vuelve a Madrid el camión que transporta las damas?



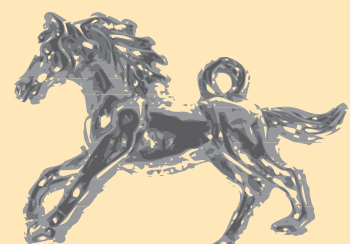
1. LOS ÍBEROS

1.4. Para ganar tiempo y evitar un posible accidente por carretera se decide finalmente realizar el traslado en avioneta.

a) Consigue un mapa y teniendo en cuenta la escala determina la distancia entre cada una de las ciudades implicadas.

b) ¿Cuál es el trayecto más corto?

c) Si debido al aterrizaje y despegue de la avioneta se permanece 1 h. en cada uno de los lugares de destino y la avioneta vuela a 300 km/h. determina el tiempo empleado en este caso.

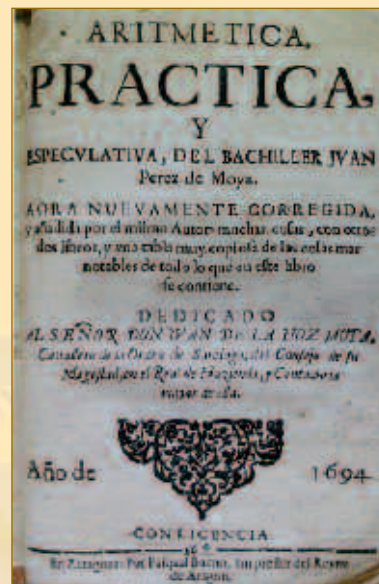


2. MATEMÁTICAS RECREATIVAS EN EL SIGLO XVI

El alemán afincado en Valencia, **Marco Aurel**, escribió en 1552 el *Libro primero de aritmética algebrática*.

Pero fue la obra del bachiller **Juan Pérez de Moya** (1513-1596) la que tuvo más importancia en la difusión del Álgebra. Su libro *Aritmética práctica y especulativa*, publicado en 1562 es el mejor libro del siglo XVI. Fue tal su éxito que tuvo más de treinta ediciones, siendo la última en 1875 casi doscientos años después. Se considera el libro de matemática recreativa más antiguo en lengua castellana.

Fue muy valorado en su época. Prueba de ello, el pintor Velázquez consideraba sus obras como las más interesantes de su biblioteca y se inspiró para la ejecución de algunos de sus cuadros de tema mitológico como “Los borrachos o el triunfo de Baco” o “La fragua de Vulcano” en la *Philosophia Secreta* de este autor.

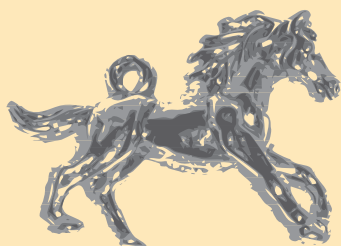


- 2.1. Respetando el castellano antiguo original, veamos un problema resuelto por **Juan Pérez de Moya** en su libro *Aritmética práctica y especulativa*: *Dos tienen dineros, el uno cinco ducados más que el otro, y multiplicando los ducados del uno por tres, y los del otro por cuatro, juntas las dos multiplicaciones montan sesenta y nueve ducados. Demando, quanto tiene cada uno.*

Intenta resolverlo utilizando la notación algebraica actual. Ten en cuenta que si lo haces bien llegarás a esta ecuación: $7.co.p.20.n.ig.69.n.$ de acuerdo a la notación de la época.

- 2.2. En el mismo libro hay un diálogo entre dos estudiantes que debaten sobre temas de aritmética. **Sofronio**, defiende la utilidad de esta ciencia, sin embargo, **Antímaco** dice no tener necesidad de ella, y tiene por opinión que “no hay ninguno que sepa contar, teniendo buenos dineros”.

En la segunda parte del diálogo se juntan otros dos estudiantes, **Damón** y **Lucilio** y “se prosigue la plática entre todos cuatro, diciendo cada uno las preguntas o dislates que sabe, todo por términos comunes de aritmética”. Los estudiantes de nuestro diálogo acuerdan plantear, por turno, una cuestión y llegado el de **Damón** dice:



2. MATEMÁTICAS RECREATIVAS EN EL SIGLO XVI

Ahora señores, conformes al concierto, quiero decir como dos caminantes llevaban ocho arrobas de vino, y en el camino determinaron de deshacer la compañía y de apartarse cada uno por su cabo: y habiendo de partir por la mitad el vino hallaron que no tenían sino dos medidas. La una cabía tres arrobas y la otra cinco: pídesse, ¿cómo partirán con estas dos medidas diferentes el vino, para que cada uno lleve cuatro arrobas que le vienen de su parte?

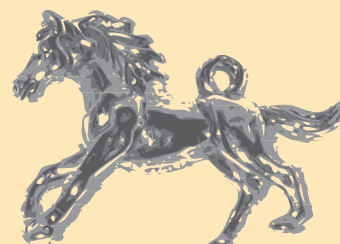
Damón explica en seguida los trasvases necesarios para conseguir el propósito y termina diciendo:

..y como dije ocho, pude decir diez arrobas, y las medidas sean una de tres y otra de siete.

¿Sabrías encontrar la solución a ambos problemas?

A continuación te presentamos una serie de problemas parecidos:

- 2.3. a) Josep en su horchatería de Alboraiá sólo tiene dos recipientes, uno de 9 litros y otro de 4 litros para medir la horchata. Un cliente le pide 6 litros de horchata. ¿Cómo consiguió satisfacer al cliente?
- b) En otra ocasión, Josep quiso medir medio litro de horchata, pero sólo disponía de dos recipientes para hacerlo. En uno cabían cinco cuartos de litro, y en otro, tres cuartos. ¿Cómo se las ingenió? ¿Y si le hubieran pedido sólo un cuarto de litro de horchata?
- 2.4. a) El negocio de Josep va estupendamente y consigue comprar tres recipientes de 5, 11 y 13 litros de capacidad. Tiene 24 litros de horchata en una garrafa y quiere repartirla en partes iguales para regalársela a sus tres amigas. ¿Cómo lo conseguirá?
- b) Tres clientes vienen cada uno con una garrafa de cinco, cuatro y dos litros para comprar horchata. Josep les dice que sólo le queda una garrafa de nueve litros y que les regala la horchata si se llevan cada uno la misma cantidad. ¿Conseguirán gratis tres litros de horchata cada uno?



3. UN JUEGO MEDIEVAL: EL ALQUERQUE

El juego del **Alquerque** fue introducido en España por los musulmanes que le llamaban *el-quirkat*. Es mencionado en una obra árabe del siglo X, *Kitab al-Aghami*, y su descripción figura también en el *Libro de los juegos* elaborado bajo el reinado de Alfonso X de Castilla (1251-1282). Esta recopilación de todos los juegos conocidos de la época fue preparada bajo la supervisión personal del rey Alfonso, cuya erudición le valió el título de Sabio. Consideraba que los juegos eran un aspecto importante y agradable de la vida.



El origen del Alquerque es muy antiguo. Una reproducción de un tablero cuádruple está grabado sobre las losas del techo del templo de Kurna en Tebas, en la orilla occidental del Nilo, comenzado por Ramses I (1400-1366 a.C.) y acabado por Sethi I (1366-1433 a.C.). Parece que este tablero de juego haya sido esculpido en la piedra por los albañiles que trabajaban en la edificación del templo, que encontraron así una forma de distraerse.

No se han encontrado documentos que expliquen las reglas seguidas por los egipcios, pero sí conocemos las reglas que se usaban en la España medieval.

El Alquerque ha sido progenitor de todo un grupo de juegos relacionados, estando presente en diversas formas en numerosas culturas a lo largo de todo el mundo, tanto tradicionales como modernas, desde los indios Pueblo norteamericanos, hasta Indonesia, pasando por Laponia o Senegal.

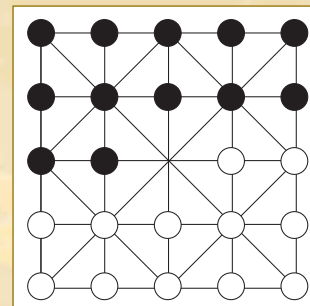
EL JUEGO DEL ALQUERQUE

Número de jugadores: Dos.

Número de fichas: Doce para cada jugador.

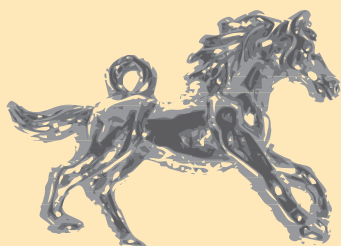
Objetivo: Capturar o inmovilizar todas las fichas del adversario.

Origen del juego: Medio Oriente antes de 1.400 a.C.



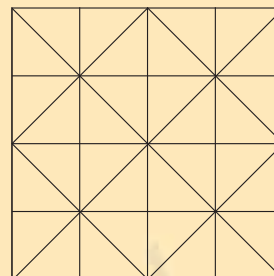
REGLAS DE JUEGO

- I. Cada jugador dispone de doce fichas de diferente color que son colocadas sobre el tablero antes de empezar la partida como indica la figura. Una ficha se puede desplazar a cualquier posición contigua a lo largo de una línea.
- II. Si una posición contigua está ocupada por una ficha del adversario y la posición siguiente está vacía. Se puede saltar por encima de la ficha enemiga que se retira del juego.
- III. Si otra ficha está entonces amenazada, se puede dar un segundo salto en la misma dirección o en otra. Las capturas múltiples están admitidas a lo largo de un mismo turno de juego.
- IV. Si una ficha puede capturar a otra debe hacerlo, sino se pierde y es retirada del juego.
- V. Cuando un jugador ha capturado todas las fichas del contrario, la partida ha terminado y ha ganado.



3. UN JUEGO MEDIEVAL: EL ALQUERQUE

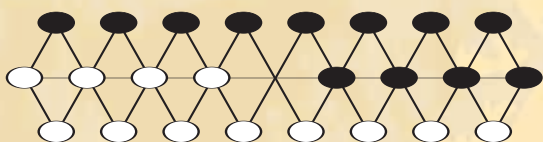
- 3.1. En el esquema del tablero del Alquerque encuentra todos los cuadrados y triángulos que haya.



- 3.2. Juega con tu compañero o compañera unas cuantas partidas e indica qué estrategias has seguido.

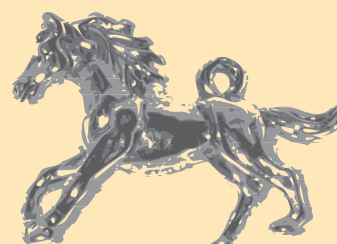
EL JUEGO DEL AWITHLAKNANNAI

Este juego de curiosa estética y nombre enrevesado, es uno de los pocos ejemplos que se conservan de juegos de tablero entre los pueblos aborígenes de Norteamérica. Proviene de los indios Zuni, una de las tribus que habitaban desde antiguo en la zona del actual Nuevo Méjico, miembros de la gran familia de indios Pueblo. Según se cree, el **Awithlalnannai**, nombre indígena que significa “piedras que matan”, esta inspirado en el juego de Alquerque que los indios vieron practicar a los primeros exploradores castellanos que se aventuraron por tierras de Arizona y Nuevo Méjico en busca de las siete ciudades de Cibola. Los Zuni trasladaron la batalla ritual de las piedras sobre el lomo de la serpiente mitológica Kolowis, otorgándole así al **Awithlalnannai** su aspecto alargado.



Se colocan las fichas tal como indica la figura y se juega con las mismas reglas que el Alquerque salvo que no se puede ir hacia atrás.

- 3.3. El tablero está formado por una serie de triángulos. ¿Cómo sería el tablero mínimo? ¿Con cuántas fichas se jugaría? En este tablero, ¿tiene ventaja el que sale primero? ¿Cuál es la mejor estrategia?
- 3.4. ¿Qué ocurre con el tablero siguiente en tamaño? Juega con tu compañero o compañera una cuantas partidas con el juego “real” e indica qué estrategias has seguido basándote en las experiencias anteriores.



4. PEDRO SÁNCHEZ CIRUELO: POLÍGONOS ESTRELLADOS

Este matemático aragonés nació en Daroca en 1470. En la Universidad de Salamanca se dedicó a la Filosofía y a las Matemáticas. A pesar de la escasez de medios se trasladó a la Universidad de París para instruirse en la Teología y otras ciencias, y allí residió diez años, habiendo sido estimado por su pericia en las matemáticas, hallándose pocos en aquella Ciudad con conocimiento de ellas. Estuvo en la Universidad de la Sorbona desde 1492 hasta 1502.

Su verdadera vocación era la teología y escribió el libro *Reprobación de las supersticiones y hechicerías* en el que combate las creencias y supersticiones tocantes a Brujería, Nigromancia, Quiromancia, Hechicería, artes adivinatorias, falsa Astrología, agüeros, etc. Es un verdadero retrato de las costumbres de aquellos tiempos que aún hoy perduran. Como matemático y científico que era, Ciruelo luchó vigorosamente contra la “falsa astrología” y supo distinguirla de la “verdadera astrología”, que hoy llamamos comúnmente Astronomía.

Publicó y corrigió los libros *Geometria speculativa* y *Arithmetica speculativa* del matemático inglés Thomas Bradwardine (1290-1349).

Como se muestra en el documento, este matemático fue uno de los primeros en tratar en uno de esos libros los polígonos estrellados.

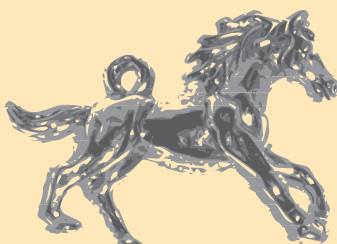
Por último señalar que del segundo apellido “Ciruelo” viene la frase que antiguamente se decía “sabe más que un maestro ciruelo”.

Vas a obtener diferentes polígonos uniendo los puntos de las circunferencias. En la plantilla aparecen 6 circunferencias en las que se han dibujado de manera equidistante 5, 6, 7, 8, 9 y 10 puntos. Para poder dibujar varias figuras sobre el mismo tipo de circunferencia es necesario que hagas fotocopias de la plantilla.



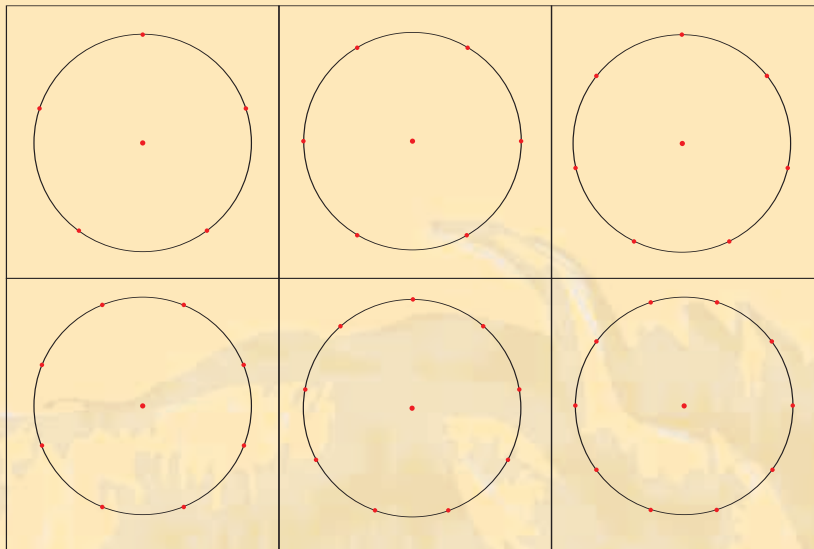
4.1. Si unes los puntos adyacentes de cada circunferencia obtienes diferentes polígonos regulares.

a) Indica el nombre de cada uno de ellos y determina el valor del ángulo interior (ángulo que forman dos lados contiguos).



b) ¿Sabrías encontrar una fórmula que diera ese ángulo en función del número de lados? Si la encuentras determina el ángulo para un polígono de 12, 30 y de 360 lados.

4. PEDRO SÁNCHEZ CIRUELO: POLÍGONOS ESTRELLADOS



- 4.2. Representa en una gráfica el ángulo interior del polígono en función del número de lados (para $n \leq 20$).
- 4.3. Ahora vas a unir los puntos de 2 en 2, de 3 en 3, etc. para obtener polígonos estrellados.
- a) En la circunferencia de 5 puntos, ¿cuántos polígonos estrellados diferentes obtienes? ¿Y en la de 6, 7, 8, 9 y 10 puntos?

Si designamos por $\{n/k\}$ el polígono obtenido a partir de n puntos unidos de k en k ,
b) ¿De qué otra forma podrías obtener los polígonos $\{11/5\}$ y $\{13/6\}$?

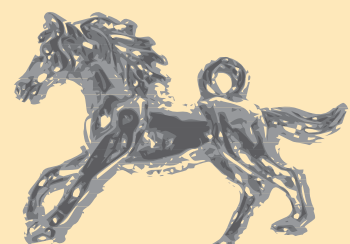
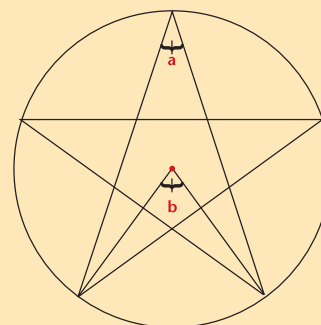
- 4.4. Recuerda que el ángulo $b=2a$ (el ángulo inscrito es la mitad del ángulo central):

a) Calcula el ángulo interior de los polígonos estrellados $\{5/2\}$, $\{7/2\}$, $\{7/3\}$ y $\{9/5\}$.

Hay una fórmula que es válida también para polígonos regulares:

$$180 - \frac{360 \cdot k}{n}$$

b) Comprueba la fórmula para $\{6/1\}$ y $\{7/4\}$ y aplícala a los polígonos $\{8/3\}$ y $\{10/7\}$.



5. PEDRO NUNES: LA CONSTRUCCIÓN DE UN NÓNIO

Pedro Nunes, matemático portugués, nació en Alcocer do Sal en 1502 y falleció en Coimbra en 1578. Fue sin duda el mayor matemático portugués del siglo XVI y es considerado por muchos como uno de los mejores matemáticos de siempre. Enseñó Filosofía, Moral, Lógica y Metafísica en la Universidad de Lisboa, aunque su interés se centraba principalmente en las Matemáticas y la Física, dedicándose en especial a la Náutica. Fue el inventor del nóvio y se interesó igualmente por las ecuaciones y la geometría.



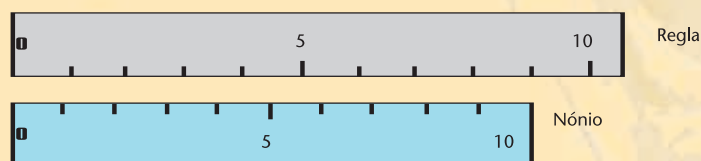
Pedro Nunes, en su libro *De Crepusculis* explica un método para determinar de forma rigurosa la altura de los astros. La utilización del astrolabio conjuntamente con el método descrito por el astrónomo portugués fue de gran utilidad para la ciencia náutica.

Este método se concretó en un instrumento circular que permitía medir fracciones de grado y que se denominó *nonius*.

Posteriormente la idea de Pedro Nunes sería utilizada en un instrumento práctico y simple, el nóvio lineal que permitía medir con una buena aproximación espesores de objetos. Un ejemplo de aplicación del nóvio es el **calibre** que mide espesores, diámetros externos e internos de tubos, etc.

5.1. Vas a construir un nóvio y a utilizarlo:

1.- Necesitas dos reglas, una pequeña y otra mayor como las de la figura:

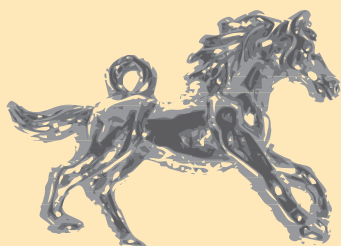


2.- Divide la regla mayor (regla) en 10 partes iguales, marcando la escala en su parte inferior.

3.- Divide también la regla menor (nóvio) en 10 partes iguales, marcando la escala en la parte superior.

4.- Pega la regla y el nóvio en una cartulina y recórtalos.

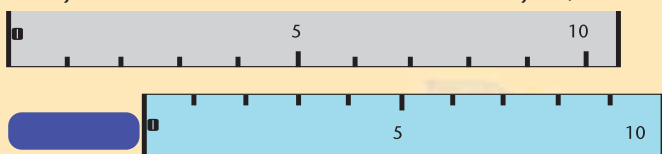
5.- Coloca la regla y el nóvio que has construido en la posición que muestra el dibujo y observa que el nóvio completo corresponde a 9 de las 10 partes de la regla, lo que quiere decir que cada división del nóvio es 0,1 menor que cada división de la regla.



5. PEDRO NUNES: LA CONSTRUCCIÓN DE UN NÓNIO

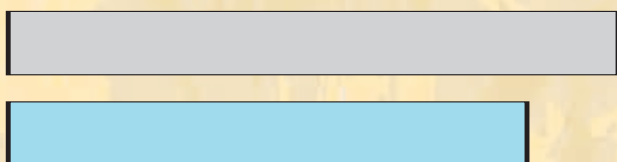
Ya tienes construido un nónio, veamos ahora **cómo utilizarlo**:

- 1.- Coloca el objeto de forma que uno de sus extremos coincida con el 0 de la regla.
- 2.- Ajusta el nónio al otro extremo del objeto, como puedes ver en el dibujo.



- 3.- El objeto mide dos unidades de la regla y un poquito. Para averiguar cuánto vale ese poquito observa cuál es la división que coincide en la regla y en el nónio. Es la tercera, luego la longitud del objeto es 2,3.

Aquí tienes la regla y el nónio para recortar.



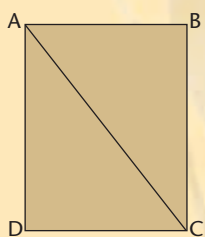
- 5.2. Intenta explicar por qué la medición anterior es 2,3.

- 5.3. Practica midiendo con tu nónio otros objetos.

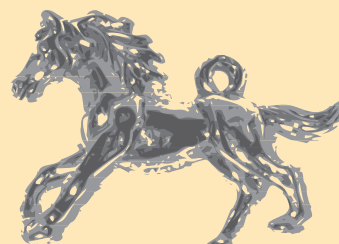
Pedro Nunes también se interesó por la resolución de ecuaciones y por los problemas geométricos, a continuación te proponemos tres de ellos que tu podrás resolver por los mecanismos actuales que son diferentes de los que utilizó Pedro Nunes para su resolución.

- 5.4. Si el área de un rectángulo es conocida y la suma de los lados mayor y menor también, cada uno de los lados será conocido. Supón que tenemos un rectángulo de área 12 brazas cuadradas y la suma de sus dos lados mide 8 brazas. Calcula cuánto valen los lados.

La **braza** es una antigua medida lineal que corresponde a 2,20 metros.



- 5.5. Si conocemos el área y la diagonal de un rectángulo, podemos conocer los lados. Suponiendo que el área es 12 y la diagonal AC es 5 averigua cuánto miden los lados. Pista: Un lado mide una unidad más que el otro (puedes calcularlo de dos maneras).



6. LA EVOLUCIÓN DEL AJEDREZ

Cuenta una leyenda que el inventor del ajedrez enseñó el juego a un rey que habitaba en la India y que el Rey, maravillado por el juego le ofreció como recompensa el regalo que deseara. El inventor del juego pidió al Rey que le diera un grano de arroz por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, y así fuera doblando la cantidad en cada casilla, es decir cuatro en la tercera, ocho en la cuarta y así sucesivamente. El Rey en un principio quedó sorprendido por el escaso valor de la recompensa, pero al meditarlo un poco más se dio cuenta de que nunca podría pagar al que le había enseñado el mejor de los juegos que se han inventado.



6.1. ¿Sabrías calcular cuántos granos de arroz le pidió el inventor del ajedrez al Rey?

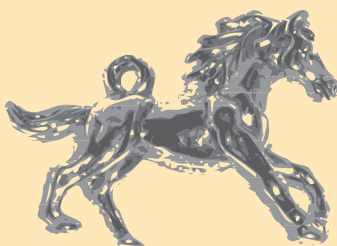
El ajedrez tiene su origen en la India, más concretamente en el Valle del Indo, y data del siglo VI d.C. Originalmente se llamaba Chaturanga, o juego del ejército, se difundió rápidamente por las rutas comerciales, llegó a Persia, donde se llamaba Chatrang, y desde allí al Imperio bizantino, extendiéndose posteriormente por toda Asia.



Los árabes, que lo denominaban Shantraj o Shatranj, lo adoptaron y lo introdujeron en Occidente a través de España entre los siglos VIII y X. Fueron ellos quienes desarrollaron métodos de notación algebraica que permiten el análisis y registro de problemas y partidas.

Durante la edad media España e Italia eran los países donde más se practicaba. Se jugaba de acuerdo con las normas árabes. El Rey Alfonso X el Sabio (1221-1284), rey de Castilla y León, es autor del hermoso libro de ajedrez: **Libro del Ajedrez, dados y tablas**, el primer tratado de ajedrez europeo, que contiene 103 problemas explicados e ilustrados.

En el siglo XV el Ajedrez empieza a cambiar, consolidándose esta reforma durante los siglos XVI y XVII, periodo durante el cual se fijan las reglas del Ajedrez que se han mantenido hasta nuestros días.



6. LA EVOLUCIÓN DEL AJEDREZ

Cambios significativos de esta época son:

- La introducción del "Enroque".
- Se permite el facultativo avance del peón uno o dos pasos y la captura "al paso".
- El movimiento de la dama, que solo podía moverse de casilla en casilla, se convierte en el más poderoso.

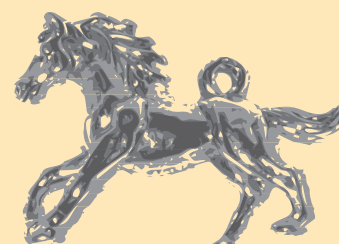
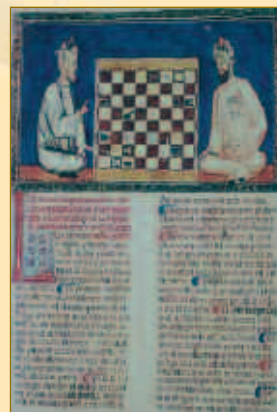
Las nuevas reglas, con aperturas y problemas fueron descritas por Lucena (m. 1506) "Repetición de amores e arte de axedres" y por Ruy López de Segura (1507-1575) "Libro de la invención liberal y arte del juego del ajedrez". Se consideran los primeros analistas de la Era Moderna del Ajedrez.

Posteriormente, André Danican Philidor publicaría el primer reglamento impreso, su título "Analyse du jeu des echecs" (1749).

El movimiento de las piezas en la época de Alfonso X era algo distinto al que conocemos actualmente.

Vamos a explicar brevemente cómo se movían las piezas en la época de Alfonso el Sabio:

- La **dama**, también llamada **Alforza** era la pieza más débil del ajedrez árabe, solo se podía mover a una casilla adyacente en diagonal (hacia delante o hacia atrás), pero en su primer movimiento podía saltar a una tercera casilla, incluso por encima de las piezas como el caballo, pero sin poder capturar ninguna pieza. Además este movimiento podía ser en línea recta o en diagonal.
- El **alfil** se movía como las actuales damas, pero de tres en tres y el peón al coronar sólo podía convertirse en dama (y saltar tres casillas en el movimiento siguiente a su coronación).



6. LA EVOLUCIÓN DEL AJEDREZ

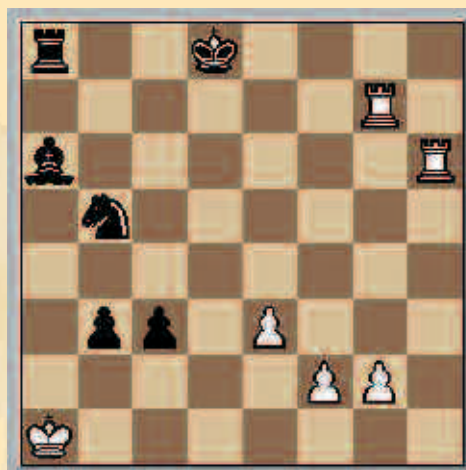
6.2. Aquí aparecen 3 de los 103 problemas que aparecen en el libro de ajedrez de Alfonso X, publicado en Sevilla en 1283. Intenta resolverlos con las indicaciones anteriores.

Problema 1



Juegan las blancas

Problema 2



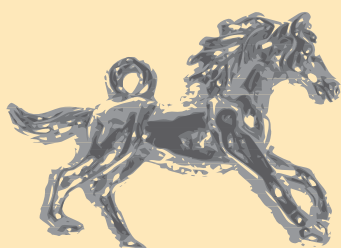
Juegan las negras

Problema 3



Juegan las blancas

Veamos ahora algunos problemas más relacionados con el ajedrez:
(El movimiento de las piezas es como en la actualidad).



6. LA EVOLUCIÓN DEL AJEDREZ

- 6.3. Imagina que tienes un tablero de ajedrez pero de un tamaño de 4×4 , como el siguiente:

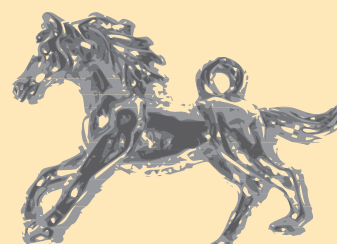


- a) ¿Cuántas reinas hay que colocar para que todas las casillas estén, o bien ocupadas o bien amenazadas por al menos una reina?
- b) ¿Y si el tablero fuera de 5×5 ?
- c) Intenta averiguar también cuántas reinas es posible colocar en un tablero de 4×4 de manera que ninguna de ellas esté amenazada por otra.
- d) ¿Y si el tablero es de 5×5 ?

- 6.4. Imagínate ahora que tenemos en un tablero de ajedrez, cuatro caballos, 2 blancos y 2 negros colocados en las cuatro esquinas de un cuadrado de 3×3 . ¿Cuál es el número mínimo de movimientos para intercambiar los dos caballos negros con los dos blancos? Cálculalo primero suponiendo que los caballos puedan salir fuera de las casillas del tablero de 3×3 y luego suponiendo que no pueden salir.



- 6.5. Colocamos ahora en el mismo tablero de 3×3 tres peones blancos y tres negros. Los peones se mueven y matan igual que los peones del ajedrez. Para ganar hay que conseguir colocar uno de nuestros peones en el lado opuesto del tablero, o bien capturar a los tres peones contrarios o lograr que nuestro contrincante no pueda realizar ningún movimiento. Juega con tus compañeros he intenta encontrar una estrategia ganadora.



7. MEDIDAS AGRARIAS ANTIGUAS

Una extensión agraria, una viña o un bosque no suelen medirse con las típicas unidades de superficie como son: m^2 , dm^2 , dam^2 sino que existen unas unidades propias que se utilizan para medir extensiones de cultivo o de bosques que reciben el nombre de unidades agrarias.

Estas unidades agrarias son:

- | | |
|---------------------|---------------------------------|
| - La Hectárea (ha) | $1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2$ |
| - El área (a) | $1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2$ |
| - La centiárea (ca) | $1 \text{ ca} = 1 \text{ m}^2$ |

Hay también otras unidades agrarias muy importantes que se suelen utilizar para medir la superficie de campos de cultivo, que son las siguientes:

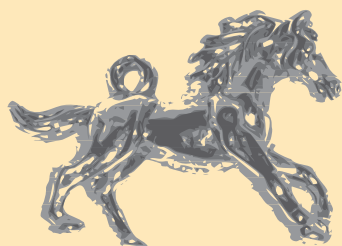
- **La hanegada.** 1 hanegada equivale a $831,09 \text{ m}^2$
- **El cuartón.** 1 cuartón equivale a $207,7725 \text{ m}^2$
- **La braza.** 1 braza equivale a $4,15545 \text{ m}^2$

Dándose entre ellas las siguientes relaciones:

- 1 hanegada equivale a 4 cuartones o 200 brazas.
- Un cuartón equivale a 50 brazas.

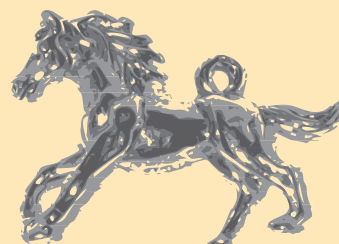
Existen también otras medidas agrarias como por ejemplo el jornal. En muchas comarcas de España el jornal era la superficie de terreno que se podía trabajar en una jornada, ya fuera cavando, labrando o sembrando. La equivalencia en metros cuadrados es muy dispar, ya que si es cavando puede ser de unos 400 m^2 y si es labrando puede llegar hasta los 6.000 m^2 .

- 7.1. Un terreno tiene una superficie de 15 hanegadas, 4 cuartones y 2 brazas.
a) Expresa la superficie en brazas. b) Lo mismo en cuartones.
- 7.2. Un terreno tiene una superficie de 5 hectáreas, 27 áreas y 30 centiáreas. Expresa la superficie en m^2 .
- 7.3. Manolo tiene un terreno cuya superficie es de 3,2 hanegadas, 2,25 cuartones y 4,3 brazas; en cambio, el terreno de Santiago tiene una superficie de 0,5 hectáreas, 5,5 áreas y 10,3 centiáreas. a) ¿Quién tiene más terreno? b) ¿Cuántas veces es mayor el terreno de uno que el del otro?
- 7.4. Un agricultor dispone de un terreno que tiene una superficie de 20 hanegadas, 1 cuartón, 16 brazas y 3,9 centiáreas. Expresar la superficie de este terreno en m^2 .



7. MEDIDAS AGRARIAS ANTIGUAS

- 7.5. La forma del terreno citado en la actividad anterior, se puede decir que es prácticamente cuadrangular. Por tanto, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?
- 7.6. Actualmente el terreno se encuentra sin cultivar. El propietario del terreno ha decidido plantar naranjos. La plantación se realizará de la siguiente manera: Los árboles que se encuentran en las primeras filas, se situarán a 2 metros de los límites del terreno (para que al crecer no invadan los límites de los terrenos colindantes). En cada fila los naranjos deben estar separados 2 metros entre sí y, dos hileras de naranjos están separadas 3 metros. ¿Cuántos naranjos necesitará el propietario? ¿Cuántos naranjos necesitará por hanegada? ¿Y por hectárea?
- 7.7. El agricultor ha pedido a un técnico agrícola que le facilite las cantidades de fertilizante que tiene que aportar al terreno. El técnico le ha recomendado que aporte las siguientes cantidades:
Urea: 70 kg/ha.
Fosfato amónico: 15 kg/ha.
Nitrato Fosfórico: 100 kg/ha.
A tenor de los datos facilitados por el técnico. ¿Cuántos kg. de cada fertilizante deberá aportar al terreno el agricultor?
- 7.8. El técnico aconseja al propietario del terreno que, además de los fertilizantes, debería realizarle un aporte de materia orgánica, no sólo para enriquecer de N al terreno y pueda ser absorbido por el cultivo, sino también para mejorar la estructura del suelo, aumentando su porosidad. Según el técnico se debería aportar 20 Toneladas/ha. de humus (procedente de la materia orgánica). Este humus se obtendrá a partir del estiércol de ovino (aprovechando la existencia de una granja de ovino cerca del terreno). Según la información que dispone el propietario, el estiércol de ovino contiene un 35% en humus. Con estos datos, ¿cuántas toneladas de estiércol de ovino deberá adquirir el propietario?
- 7.9. El propietario de la finca está dispuesto a comprar un terreno que linda con el suyo. Este terreno tiene una superficie de 5 hanegadas, 2 cuarterones, 20 brazas y 2 centiáreas. De adquirir este terreno, ¿en qué porcentaje aumentaría la superficie inicial que poseía el propietario? Nota: utiliza los datos de la 4ª actividad.
- 7.10. El propietario ha oído decir que se ha aprobado una directiva europea, por la cual todo propietario que disponga como mínimo de una superficie de 30 hanegadas de terreno y acredite una dedicación exclusiva a la agricultura, recibirá importantes subvenciones para el cultivo. En el caso de que el agricultor adquiera el terreno mencionado en la actividad anterior, ¿cuántos cuarterones necesitaría adquirir más para ser acreedor a esas subvenciones? y, ¿en qué porcentaje incrementaría de nuevo el terreno?



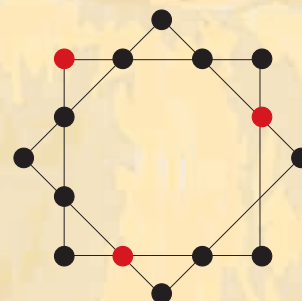
8. PASATIEMPOS Y AL-ANDALUS

En esta sección vas a realizar diferentes juegos que ayudarán:

- A conocer algo más la gran influencia que tuvo para la Ciencia y la Cultura en general la presencia árabe en estas tierras. Gracias a ellos se introdujo en España el sistema decimal de posición, la geometría y astronomía griega, así como los fundamentos del álgebra. Pero su influencia fue también muy importante en otros campos como la Medicina, Filosofía, etc.
- A recordar conceptos y reglas de cálculo que manejas constantemente en la asignatura de Matemáticas.
- A pensar, hacer conjeturas, investigar e incluso en alguna actividad que exija más trabajo, a compartirlo con tus compañeros y compañeras aprendiendo a trabajar en equipo.

- 8.1.** En la Córdoba andalusí la figura geométrica característica es el octógono regular que da origen al llamado "número cordobés".

En la estrella de ocho puntas en la que aparece la figura de un octógono hay que sustituir los círculos por números del 1 al 16 para que la suma de cada uno de los lados de los cuadrados que aparecen sea siempre 34.



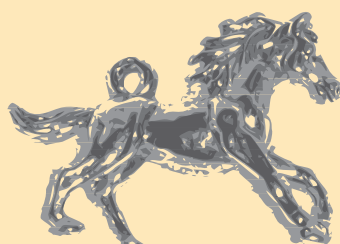
Como ayuda te indicamos que los números de los círculos rojos están extraídos de AL-ANDALUS:

Son el número de palabras, el número de letras y el número de veces que aparece la vocal repetida.

- 8.2.** En los 12 bancos de piedra de una plaza andaluza se había escrito con teselas 12 nombres que hacían referencia al apogeo árabe en estas tierras cuando se denominaba Al Andalus. Alguna persona civilizada y amante de la cultura y las tradiciones había arrancado las vocales de esas palabras.

Un grupo de alumnos y alumnas de un Colegio cercano encontraron las piezas y se propusieron reconstruir las palabras.

M		Z	Q			T			L	G		B	R	
	S	T	R		N		M			F	R		S	
G	R		N		D			V		R	R			S
	Z		R	Q				L		C		R	D	B
	L	H		M	B	R			M		S			C
	L	G		R		T	M			V		C		N



8. PASATIEMPOS Y AL-ANDALUS

Las 44 letras encontradas son A (19), E (6), I (7), O (10) y U (2).

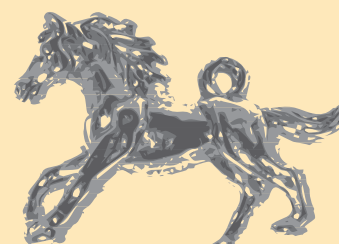
- Intenta hacer el trabajo realizado por esos chicos y chicas si es necesario ayúdante con un diccionario.
- Una vez encontradas las palabras escribe, ayudado por el diccionario o por internet, alguna frase explicativa de las palabras reconstruidas.

8.3. SOPA DE LETRAS

En esta sopa de letras tenemos que encontrar 13 palabras. Para ello hay que completar las cuestiones que se encuentran debajo:

O	I	M	O	N	I	L	O	P	A	I	M	A	R
R	D	A	R	I	N	V	E	R	S	A	S	M	A
E	E	T	M	E	D	I	A	T	R	I	Z	O	M
J	N	C	I	R	C	U	L	O	I	M	A	S	O
A	T	E	R	M	I	N	O	S	A	K	O	A	N
C	I	R	C	U	N	F	E	R	E	N	C	I	A
O	D	E	T	N	E	I	D	N	E	P	H	C	O
L	A	N	O	I	C	A	R	A	R	S	O	O	T
A	D	E	I	N	F	I	N	I	T	A	S	T	A

- El lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto recibe el nombre de
- La recta perpendicular a un segmento y que pasa por su punto medio se llama
- Una región plana recubierta de losetas poligonales yuxtapuestas, de forma que ni se solapan ni dejan huecos entre sí se denomina
- La porción de plano situado en el interior de una circunferencia recibe el nombre de
- El número de albañiles que trabajan en una obra y el tiempo que tardan en acabar la obra, son magnitudes
- La igualdad: $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ recibe el nombre de
- La expresión: $2x + 3y + 6 = 0$ representa la ecuación de una
- El resultado de la expresión: $2^5 \cdot 2^2 + 3^0 \cdot 2 \cdot 2^{-1}$ es:
- Los números: 2, -5, $5/3$ además de números reales son números
- En la ecuación de la recta: $y = 2x + 3$, el número 2 representa la de la recta.
- La expresión: $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + 2$ representa un
- La ecuación: $0x = 0$ presenta soluciones
- La expresión: $2x^2 + 3x + 5$ consta de tres



9. LA BARRACA VALENCIANA

La feraz huerta valenciana, que se extiende a lo largo de la costa, desde Carcagente hasta Sagunto, tiene zonas, como la de La Albufera, de características muy acusadas. La vivienda rural es la barraca, y en ella podemos distinguir los siguientes tipos: la barraca de huertanos, en la huerta propiamente dicha; la de pescadores, en la playa, y en La Albufera las dos modalidades.



El clima de Valencia y la fertilidad de sus tierras permiten varias cosechas al año, con un sistema de explotación intensiva que precisa una constante atención. Este es el motivo de que el huertano construya su vivienda al pie de su parcela, empleando, casi únicamente, con sentido de la máxima economía, los materiales que brinda la naturaleza: cañas, barro, juncos y carrizos.

La barraca de la huerta responde a un tipo muy definido, que apenas ha sufrido variación con el paso del tiempo. Es de planta rectangular, de unos 9 x 5,50 m., y cubierta a dos aguas con caballete perpendicular a la fachada —casi siempre orientada al mediodía—, que está en uno de los lados menores.

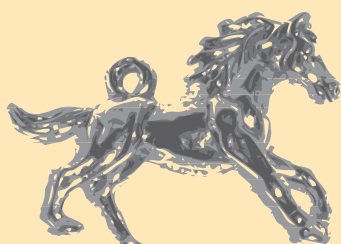
La distribución es siempre parecida: una puerta, situada a un lado de la fachada, da acceso a un amplio paso, que recorre toda la longitud de la barraca y termina con otra puerta en la fachada opuesta, para facilitar la circulación de aire. Este corredor sirve de cocina, estancia y almacén de aperos.

En la otra crujía se distribuyen los dormitorios, generalmente tres. Al desván o andana, que antiguamente se destinaba a la cría de gusanos de seda, se sube por una escalera de mano.

Las paredes, de unos 2,50 m. de altura, se hacen con adobes, llamados gasons, que se colocan en asta entera o en media asta, según la economía que se persiga.

La cumbrera de la cubierta se remata con una cruz de madera en cada extremo. De este remate en cruz se ha escrito que, en el siglo XVI, pregonaba la calidad de cristianos viejos de los moradores de la barraca, frente a las habitadas por moriscos. Pero no hay pruebas suficientes para mantener esta teoría y, al parecer, se trata simplemente de un símbolo piadoso.

- 9.1. a) Hace unos días, Pedro preguntó a un hombre del campo sobre la antigüedad que tenía una barraca situada en un huerto, en las afueras de su ciudad. Pedro no se acuerda exactamente de los años que le dijo el hombre que tenía la barraca, pero sí recuerda que era un número par, menor de 200 y, que era un múltiplo de 9 y 11.
Ayuda a Pedro a recordar este número.



9. LA BARRACA VALENCIANA

b) Pedro se ha enterado de una cosa curiosa que sucede en la barraca. Parece ser que el propietario de la barraca, el Sr. Martínez, llegó a un acuerdo con su mujer y con su hijo para que los tres utilizaran la barraca como lugar de reunión con sus respectivos amigos/as, evitando en lo posible coincidir los tres. El Sr. Martínez se reúne con sus amigos cada 8 días, su mujer lo hace con sus amigas cada 12 días y su hijo queda con sus amigos cada 15 días. Hace unos días los tres se llevaron una sorpresa: ¡Padre, madre e hijo coincidieron el mismo día en la barraca! A partir de ese día la pregunta que se hacen es cuándo volverán a coincidir. ¿Lo sabes tú?

9.2. El propietario de la barraca ha decidido asegurarla. La prima anual de una compañía de seguros es el 5% del valor asegurado.

- a) ¿Cuál es la prima de la barraca si el valor asegurado es de 1.200 euros?
- b) Si la prima se actualiza en un 2% cada año. ¿Cuál será la prima dentro de 5 años?

9.3. Esta barraca tiene base rectangular. Una de sus dimensiones, en concreto su longitud, es de 9,5 metros.

- a) Calcula la otra dimensión sabiendo que ésta representa las $\frac{3}{5}$ partes de la longitud de la barraca.

Como se observa en el dibujo de la barraca, en su parte delantera, tiene una puerta rectangular y dos ventanas también rectangulares, una más grande que la otra. Las dimensiones de la puerta y de la ventana más grande están en la proporción 3:2 ($\frac{3}{2}$) y esta misma relación se da entre la ventana grande y pequeña. Sabiendo que las dimensiones de la puerta son: 198 cm. x 90 cm.

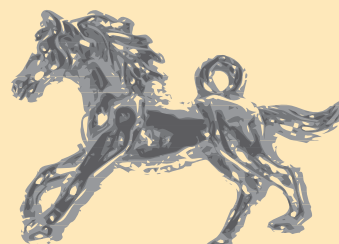
- b) Calcula las dimensiones de las dos ventanas.
- c) Halla la relación existente entre las áreas de las dos ventanas. ¿Qué observas?

9.4. a) Calcula la superficie lateral de la barraca, así como su volumen, teniendo en cuenta las dimensiones de la barraca obtenidas anteriormente y sabiendo que las paredes tienen una altura de 2,5 m., siendo ésta también la distancia a la que se encuentra la cumbrera respecto del piso en la andana.

- b) El propietario ha decidido encalar la barraca. ¿Cuántos botes de un 1 kg. de pintura se necesitarán si con un bote se puede encalar 10 m^2 de pared (después de darle varias pasadas)?

Nota: ten en cuenta que ni la puerta, ni las ventanas ni el tejado se encalan.

- c) Si lo que vale el kg. de pintura en euros coincide con el máximo común divisor de 6 y 15, ¿cuánto costará encalar la barraca?



10. LA CLEPSIDRA: RELOJ DE AGUA

La necesidad de saber la hora aún en los días nublados y por la noche, preocupó ya desde muy antiguo. Los relojes de agua se basaron en la regularidad del descenso de la superficie de un líquido contenido en un recipiente con un orificio pequeño de salida.

Hacia el **850**, ya existía en la ciudad islámica de Córdoba en al-Ándalus, un ambiente científico y cultural tan intenso como para producir individualidades de la talla de **Abbás Ibn Firnás**. Este hombre, dotado de un espíritu que recuerda al de los genios del Renacimiento italiano, había construido en su casa lo que puede pasar por ser el primer planetario de la historia del mundo. Se trataba de una habitación dentro de la que estaban representadas las constelaciones, los astros y los fenómenos meteorológicos. Las escasas reseñas que quedan de este planetario señalan que **Ibn Firnás** lo había dotado de mecanismos tales que el visitante quedaba sobrecogido por la aparición de nubes, relámpagos y truenos entre las cuatro paredes de la habitación, efectos especiales que hoy hubieran despertado la envidia de los técnicos de Hollywood y Disneylandia.



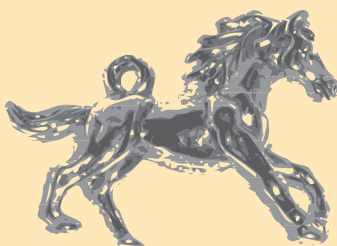
Ibn Firnás también construyó una clepsidra (reloj de agua) dotada de autómatas móviles con la que se podía conocer la hora en los días y noches nublados, e introdujo en al-Ándalus la técnica del tallado del cristal.

Vas a construir un recipiente cilíndrico que te sirva de “reloj de agua”. Para ello debes conocer las características del cilindro y sus propiedades.

10.1. ¿Cuál es la fórmula del volumen de un cilindro?

10.2. Un recipiente cilíndrico debe contener 1,5 litros de agua. ¿Cuántos cm^3 son 1,5 litros? Si el radio de la base mide 5 cm., ¿qué altura debe alcanzar el recipiente?

10.3. Si se reduce a la mitad la altura, ¿qué deberá medir ahora el radio? ¿Y si se hace el doble? Calcula las dimensiones cuando la altura sea igual al diámetro.



10. LA CLEPSIDRA: RELOJ DE AGUA

10.4. Una vez lleno el recipiente hacemos un pequeño agujero en el centro de su base de manera que pierda 125 cm^3 por minuto. ¿Cuánto tiempo tarda en vaciarse? Si queremos que se vacíe en 3 minutos, ¿qué debemos hacer? ¿Qué cantidad de agua debe salir por minuto?

10.5. Queremos que nos sirva de cronómetro. Para ello debemos hacer unas marcas en la pared del recipiente que nos indiquen cada minuto que pasa. ¿A qué distancia hay que señalar las marcas en cada caso?

10.6. Ahora estás en condiciones de construir tu propia "clepsidra":

a) Coge una botella y con cuidado corta la parte superior para poder colocar un vaso como se indica en la figura.

b) Pega una tira vertical de papel adhesivo marcando en centímetros la altura de la botella.

c) Haz un pequeño agujero en la parte inferior del vaso y vierte agua él.

d) Mientras lo haces, intenta mantener siempre el vaso medio lleno (así siempre saldrá el agua de manera uniforme) tu compañero/a cada 30 segundos anota sobre la tira graduada la altura del agua.

Hacedlo durante 5 minutos y luego pegad otra tira al lado y haced la marca cada minuto.

