

EGIPTO

FICHAS DE TRABAJO. ÍNDICE DE CONTENIDOS		
ACTIVIDAD	BLOQUE	CONTENIDOS
1. Descifrando Jeroglíficos I	-Aritmética y álgebra	-Números naturales, sistema de numeración decimal
2. Descifrando Jeroglíficos II	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones
3. Hay que repartir el pan I	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones
4. Hay que repartir el pan II	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones
5. El ojo de Horus o cómo medir lo que cabe en una botella	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones
6. Longitudes, áreas y volúmenes	-Geometría	-Áreas y volúmenes
7. El escriba sólo sabe sumar para repartir	-Aritmética y álgebra -Geometría	-Fracciones y decimales. Operaciones -Áreas
8. Repartos proporcionales	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones. Divisibilidad
9. Sumas maravillosas I	-Aritmética y álgebra	-Números naturales. Operaciones
10. Sumas maravillosas II	-Aritmética y álgebra	-Números naturales. Operaciones

1^{er} Ciclo de la E.S.O. Matemáticas, Egipto



1^{er} Ciclo de la E.S.O. Matemáticas, **Egipto**






1. DESCIFRANDO JEROGLÍFICOS I


Para poder conocer sus misterios debemos comenzar por el principio, por la base que sustentu su pirámide matemática, su sistema de numeración, es decir, ¿cómo escribían los números?

Su sistema de numeración era decimal (agrupaban de diez en diez), pero no posicional como el nuestro, donde el mismo dígito representa cantidades diferentes según su posición, sino aditivo, muy parecido al que usaron posteriormente los romanos, pero con otros símbolos. Utilizaban siete símbolos fundamentales para indicar las sucesivas potencias de diez: unidad, decena, centena y así hasta un millón, que también era usado para cantidades superiores. Estos símbolos eran los siguientes:



1	1 una barra vertical
10	10 u invertida
100	100 espiral
1.000	1.000 flor de loto del Nilo

	10.000 dedo
	100.000 renacuajo
	1.000.000 hombre arrodillado

Para representar una cantidad se escribían estos símbolos, repitiendo cada uno tantas veces como unidades tuviese la cantidad representada, escribiendo de derecha a izquierda o viceversa y agrupándolos para obtener una representación más estética. Por ejemplo, para representar el número 165 escribían cinco veces uno, 6 veces diez y una vez cien, de derecha a izquierda.

1.1. ¿Serías capaz de saber qué cantidades representan estos símbolos?

1.2. ¿Eres capaz de escribir el número 2.375 tal y como lo hacían los egipcios?
A modo de pista te recuerdo que $2.375 = 2.000 + 300 + 70 + 5$. Cuando lo hayas conseguido practica con el número 484.536.

1.3. Si crees que ya sabes lo suficiente, ¿podrías decir cuántos toros y cabras poseía el rey Narmer y que aparecen señalados en este jeroqlífico?



1.4. ¿Por qué, a modo de enigma, representaban, en ocasiones, el número siete como una cabeza humana?



2. DESCIFRANDO JEROGLÍFICOS II

También utilizaban fracciones, sobre todo, aquellas con numerador 1 y cuyo denominador es 2, 3, 4,..., y las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$. Con ellas, eran capaces de hacer cálculos fraccionarios de todo tipo, como sumas, restas, productos y divisiones. Su notación era la siguiente:



$\frac{2}{3}$



$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{3}$



$\frac{1}{4}$

2.1. No te vamos a pedir que realices cálculos fraccionarios tal y como lo hacían los antiguos egipcios. El método actual es más rápido y eficaz, pero, ¿podrás hacer las siguientes operaciones e indicar el resultado con su correspondiente símbolo egipcio?

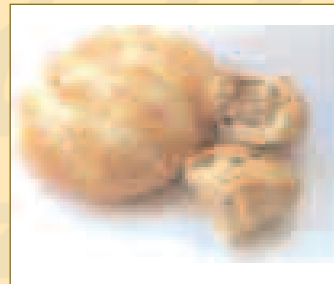
a)   +   =

b)   :  =



3. HAY QUE REPARTIR EL PAN I

Entre los alimentos más consumidos por los egipcios se encontraban los cereales, que utilizaban para fabricar pan y cerveza. Como para nosotros, el pan era un alimento esencial. De hecho, se preocupaban tanto por la calidad de sus panes que usaban un índice para medir dicha calidad: el llamado *pesu*. El *pesu* venía a indicar el número de panes fabricados con una cierta cantidad de trigo. Obviamente, si con una misma cantidad de trigo, un panadero obtenía más panes que otro, era porque la calidad o cantidad de trigo empleado en cada pan era menor.



Como el trigo se medía en *heqat* (medida de capacidad que equivale a 4,8 litros), había que indicar cuantos panes se habían fabricado con un *heqat* de trigo. Así,

$\text{pesu} = \text{número de panes por cada heqat de trigo.}$

- 3.1. Si con 1 *heqat* de trigo fabricamos 12 panes, tendremos un pan de *pesu* 12. Si con 6 *heqat* de harina se han fabricado 90 panes, ¿cuál es el *pesu* de este pan?



4. HAY QUE REPARTIR EL PAN II

- 4.1. ¿Te crees capaz de resolver uno de los problemas que aparecen en el papiro Rhind? En concreto el problema 72, cuyo texto traducido sería ¿Cuántas hogazas de pesu ⁽¹⁾ 45 equivalen a 100 hogazas de pesu 10?



- 4.2. Si no te ha parecido muy difícil, veamos si puedes resolver el problema 69: $3 \frac{1}{2}$ heqats de harina hacen 80 panes, calcula la cantidad de harina en cada pan y el pesu.

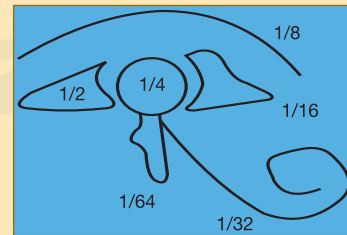


(1) definición de pesu en la actividad 3. HAY QUE REPARTIR EL PAN I de primer ciclo.



5. EL OJO DE HORUS O CÓMO MEDIR LO QUE CABE EN UNA BOTELLA

Para las medidas de capacidad se servían de una curiosa notación, que permitía representar las fracciones de *heqat*⁽¹⁾. Esta notación empleaba las diferentes partes del Ojo de Horus (Dios-halcón de la Realeza y de la Guerra). Cada una de las partes del Ojo era una fracción de *heqat*, las cejas $\frac{1}{8}$, la pupila $\frac{1}{4}$... Si sumamos las partes del Ojo de Horus no obtenemos la unidad, sino que falta un pequeño trozo, que perdió Horus en su batalla contra Set (Dios del Mal).



5.1. Realiza los cálculos necesarios e indica al Dios Horus qué trozo falta, obteniendo, así, su protección.

5.2. De este estilo es el problema 22 del papiro: Averigua la cantidad que falta a $\frac{2}{3} + \frac{1}{30}$ para obtener 1.



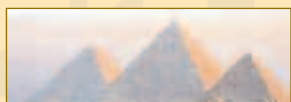
(1) definición de pesu en la actividad 3. HAY QUE REPARTIR EL PAN I de primer ciclo.



6. LONGITUDES, ÁREAS Y VOLÚMENES

Ya conoces una de las unidades de capacidad empleada por los egipcios. Tenían otra muy curiosa llamada **ro**, que equivalía a la cantidad de grano que un hombre puede llevarse a la boca. Siguiendo con esta asociación entre cuerpo humano y unidades de medida encontramos las de longitud. Casi todas ellas tienen relación con las medidas corporales. Por ejemplo, el **codo**, que era la distancia desde el codo a la punta de los dedos. Un codo se dividía en 7 **palmos**, y un palmo eran 4 **dedos**. Actualmente un **codo** equivaldría a 0,523 metros.

- 6.1. Según la equivalencia anterior, ¿te parece suficientemente larga una cama de 3 *codos*?
- 6.2. Si la cámara mortuoria de una momia es una habitación cuadrada, cuyo lado mide 9 *codos*, ¿cuántas losetas cuadradas de 2 *palmos* de lado necesitarían los esclavos para pavimentarla? ¿Y si las losetas fuesen de 40 cm. de lado?
- 6.3. Expresa en forma compleja tu altura (utilizando *codos*, *palmos* y *dedos*).



Si por algo recordamos a los egipcios es, desde luego, por sus impresionantes pirámides. Sin embargo, puedes imaginar que levantar esas enormes construcciones era tarea difícil, donde intervenían muchos esclavos durante toda su vida.

- 6.4. Para hacerte una idea de este gran esfuerzo, queremos que calcules el número de bloques cúbicos de piedra, de 2 m. de lado aproximadamente, que hubieron de transportar por el Nilo para construir las pirámides de Keops, Kefrén y Micerino. Sus bases son cuadrados de lados 230 m., 215 m. y 105 m. respectivamente. Y sus alturas son 146 m., 135 m. y 65 m. respectivamente.



7. EL ESCRIBA SÓLO SABE SUMAR PARA REPARTIR

Te contaremos el curioso método que usaban los escribas para multiplicar y dividir, diferente al actual. Se basaba en su capacidad de multiplicar y dividir únicamente por dos, así como, en la propiedad de todo número de poder ser expresado como una suma de potencias del número 2. Como ejemplo, el papiro de Rhind recomienda que para multiplicar 41×59 se den los siguientes pasos:

Se construye una columna encabezada con el número 1 y, a su lado, otra encabezada por uno de los factores a multiplicar (generalmente el mayor, 59). La forma de proceder es ir haciendo duplicaciones sucesivas hasta que con el siguiente desdoblamiento de la primera columna (encabezada por el 1) se rebase el factor menor de la multiplicación (41).

Ejemplo: 41×59

No se sigue con la duplicación porque el doble de 32 superaría al factor 41.

1 → 59

2 → 118

4 → 236

8 → 472

16 → 944

32 → 1.888

En este momento, se puede obtener el 41 como suma de todas o parte de las cantidades de la primera columna, de tal manera que el número de sumandos sea el menor posible. Para conseguirlo se resta al valor original (41), el último (32), obteniendo 9. Ahora a este resultado (9), hay que restarle el mayor posible de la columna (8), obteniendo 1, y así sucesivamente hasta que el resultado de 0.

Es decir, $41 - 32 = 9$ y $9 - 8 = 1$, junto a $1 - 1 = 0$; con lo cual, $41 = 32 + 8 + 1$. Sumando los valores correspondientes a 32, 8 y 1 en la otra columna, obtendremos el resultado final de la multiplicación:

$1.888 + 472 + 59 = 2.419$, es decir, $41 \times 59 = 2.419$.



7. EL ESCRIBA SÓLO SABE SUMAR PARA REPARTIR

Ya sabes que el río Nilo se desbordaba e inundaba los campos vecinos, por lo que era necesario medir de nuevo el terreno. Por tanto, era un problema frecuente hallar el área de un terreno rectangular.

- 7.1. Usando el método de las duplicaciones sucesivas o método egipcio, calcula el área de un rectángulo cuyas dimensiones son de 24 *khet* de ancho por 37 *khet* de largo (*khet* es una medida de longitud usada en el antiguo Egipto y que equivale a unos 52,3 metros). El *setat*, que era la unidad fundamental de superficie, equivalía a un cuadrado de 1 *khet* de lado.

Se procede de la misma forma, duplicación y división sucesivas, para la división de números enteros. Por ejemplo, para hallar $825:33$ los escribas egipcios buscaban por cuánto debe multiplicarse 33 para obtener 825, es decir, $? \times 33 = 825$

No se sigue con la duplicación porque el doble de 528 supera al producto 825.

$$1 \rightarrow 33$$

$$2 \rightarrow 66$$

$$4 \rightarrow 132$$

$$8 \rightarrow 264$$

$$16 \rightarrow 528$$

Como antes en la multiplicación, se procede a elegir las cantidades de la segunda columna cuya suma sea 825. Para ello, $825 - 528 = 297$, $297 - 264 = 33$ y $33 - 33 = 0$. Así, $825 = 528 + 264 + 33$.

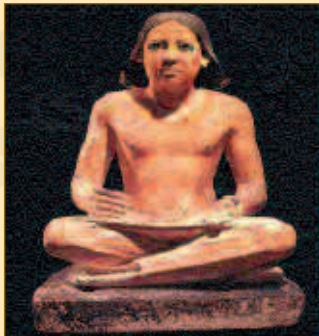
El resultado será la suma de las cantidades que se corresponden con las de la primera columna: $16+8+1=25$, es decir, $825:33=25$. Este método elimina la necesidad de aprenderse las tablas de multiplicar.

- 7.2. Se han de repartir 391 hogazas de pan entre 23 trabajadores egipcios. Calcula, usando el método de las duplicaciones sucesivas, cuánto le corresponde a cada uno.



8. REPARTOS PROPORCIONALES

Sin embargo, la mayoría de repartos en el antiguo Egipto era desigual. No percibía lo mismo un sacerdote, un escriba o un esclavo.



8.1. Reparte 75 panes entre un sacerdote, un escriba y 7 esclavos, de manera que el sacerdote se lleve el quíntuplo y el escriba el triple, de lo que se lleva cada uno de los esclavos. Para facilitar los cálculos, te recomendamos que consideres que el sacerdote se lleve la parte equivalente de cinco esclavos y el escriba la de tres de ellos, por lo que, en realidad, podemos pensar en quince egipcios diferentes.



9. SUMAS MARAVILLOSAS I

No obstante, la operación aritmética fundamental en Egipto fue la adición. La suma la hacían añadiendo los símbolos correspondientes. Como los símbolos se podían repetir nueve veces, si excedían de nueve, se eliminaban y se añadía el símbolo siguiente. Llegaron a dominar las operaciones aritméticas usuales. Aunque, de forma algo diferente a como tú lo haces. Veamos un ejemplo:

$$\begin{array}{l} \text{OOO IIIII} + \text{O III} = \\ \text{OOOO IIIIIII} = \\ \text{OOOOOOI} \end{array}$$

Como tenemos 11 símbolos, eliminamos 9 y añadimos el siguiente, como se refleja arriba. Indudablemente la suma es muy sencilla. Ayudemos al escriba a resolver el siguiente enigma. Para ello, observa el cuadrado:

IIII	IIIIII III	II
III	IIIII	IIIII II
IIIIII II	I	IIIII I

Si sumamos sus filas o sus columnas, e incluso, sus diagonales, ¿qué ocurre? Hazlo. Este tipo de cuadrados se llaman CUADRADOS MÁGICOS y al resultado de estas sumas *constante mágica*.

- 9.1. A partir de éste, ¿sabrías construir nuevos cuadrados mágicos que sumen el mismo número o constante mágica? Si no se te ocurre nada, prueba a rotar el cuadrado o cualquier otra operación geométrica sobre el mismo. Comprobarás que aparecen nuevos cuadrados mágicos con la misma constante mágica, concretamente 7. ¿Puedes encontrarlos todos?



10. SUMAS MARAVILLOSAS II

10.1. Si sumamos una misma cantidad, la que quieras, a todos los números del cuadrado mágico, obtendrás uno diferente, ¿seguirá siendo un cuadrado mágico? ¿Y si ese número lo restamos? Compruébalo.

10.2. ¿Serías capaz de encontrar por ti mismo otros cuadrados mágicos? Intentalo, si no lo consigues, te proponemos el siguiente algoritmo:

- (i) Piensa en un número cualquiera y escríbelo en la parte superior izquierda de una hoja.
- (ii) Ahora piensa en otros dos números más distintos. Estos números se irán sumando al que tenías escrito en la hoja, uno de manera horizontal y el otro vertical hasta obtener nueve números distintos.
- (iii) Haz una lista con estos números ordenándolos de menor a mayor.
- (iv) Sobre el cuadrado mágico anterior sustituye las cifras egipcias por los nuevos números que has obtenido en el apartado (iii), pero no de cualquier forma, sino de la siguiente: el primero de tu lista en el lugar del I, el segundo en el lugar del II, el tercero en el lugar del III y, así, sucesivamente, hasta que completes el nuevo cuadrado.

También se pueden construir cuadrados mágicos de mayor tamaño.

