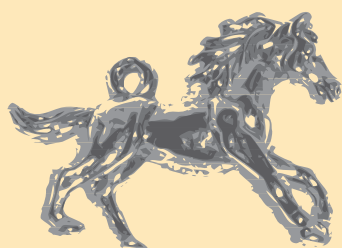


1. JUAN MARTÍNEZ SILÍCEO: REPARTIMENTS

- 1.1. Escriguen-se tots els nombres formulats en el testament, és a dir, 3 del fill, 2 de la filla, 2 de la mare i 1 de l'església; sumen-se i tindrem 8, que és el divisor; el nombre d'escuts, 2.000, és el multiplicador pel qual es multiplica cada una de les parts; el producte es dividix per 8; i el quocient donarà la solució. Esta serà: 750 escuts per al fill, 500 per a la filla, 500 per a la dona i 250 per a l'església. De la mateixa forma s'operarà si la dona dóna a llum dos fills o dos filles o dos fills i una filla.
- 1.2. S'ha d'agafar cert nombre per al tercer, per exemple el 2, i com el segon ha de rebre el triple del tercer, rebrà 6 que és el triple de 2; i el primer rebrà 12. Estos tres nombres, que són els multiplicadors, sumen 20. Ara es multiplica el dividend, és a dir, 1000 francs, per cada un d'aquells nombres i el resultat es dividix pel divisor; el quocient és la solució. Fets açò, el primer tindrà 600, el segon 300 i el tercer 100.
- 1.3. Al primer fill li correspondria $\frac{12}{25}$ del total. Al segon fill li correspondria $\frac{6}{25}$ del total. Al tercer fill li correspondria $\frac{4}{25}$ del total. Al quart fill li correspondria $\frac{3}{25}$ del total.
- 1.4. Repartiment proporcional: $3 + 6 + 21 = 30$ Pedro: $\frac{3}{30} \cdot 18 = 18$,
Marta: $\frac{21}{30} \cdot 18 = 112,6$ i Juan: $\frac{6}{30} \cdot 18 = 3,6$.
- 1.5. Regla Igualitària: Total rosquilles = 18; Xiquets = 3; $\frac{18}{3} = 6$ rosquilles li corresponen a cada u.
- 1.6. $\frac{E}{n} = \frac{90}{3} = 30$; $r_1 = 20$, $r_2 = 25$; $r_3 = 100$; $\min(r_1, 30)$ $\min(r_2, 30)$ $\min(r_3, 30)$; 20; 25; 30. Com 20 i 25 són menors que la quantitat que els correspondria de 30, els restem de la quantitat a repartir: $90 - 20 - 25 = 45$. Després a Pedro li correspon 20, a Juan 25 i a Marta 45.



SOLUCIONS

1.7. Trobem primer la constant de proporcionalitat inversa:

$$\frac{k}{10} + \frac{k}{15} + \frac{k}{30} = 300; \frac{3k + 2k + k}{30} = 300; 6k = 9.000; k = \frac{9.000}{6} = 1.500$$

A Pedro li corresponen $\frac{1.500}{10} = 150$ dàtils

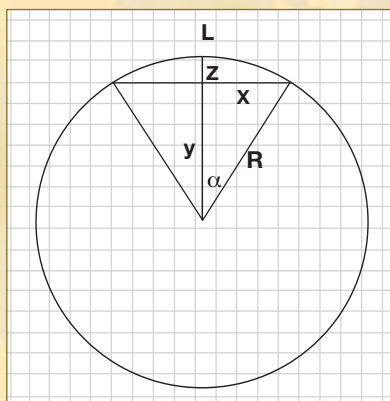
A Juan $\frac{1.500}{15} = 100$ dàtils

i a Marta $\frac{1.500}{30} = 50$ dàtils

2. LA GEOMETRIA: SAVASORDA

2.1. $x^2 - 4x = 21$. Resolent s'obté $x = 7$ i l'àrea és 49.

2.2. Siga L'un arc de circumferència de radi R:



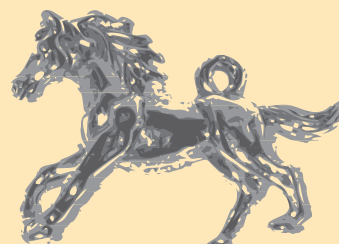
Si la corda mesura 6, llavors $x=3$ i com el radi mesura 5,25 es té

$\sin \alpha = \frac{3}{5,25} = 0,57$. Per tant $\alpha = 34,85^\circ$. Per mitjà d'una regla de tres:

$$L = \frac{2\pi R \cdot 2\alpha}{360} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5,25 \cdot 69,70}{360} = 6,39$$

2.3. S'obté $2\alpha = \frac{360 \cdot 5,5}{2 \cdot \pi \cdot 16,5} = 19,10^\circ$. Per tant $\alpha = 9,55^\circ$.

Com $x = R \cdot \sin \alpha = 16,5 \cdot \sin(9,55^\circ) = 2,7375$, el segment mesura 5,475.



SOLUCIONS

2.4. En este cas $x=4$, $y=R-2$ y $z=2$. Aplicant Pitàgores $(R-2)^2 + 4^2 = R^2$. Al resoldre $R=5$ i per tant el diàmetre val 10.

2.5. Es resol l'equació $x^2+(x+2)^2=100$ que dóna l'amplària $x=6$. L'altura és 8 i l'àrea 48.

2.6. Les semidiagonals que mesuren 8 i 6 són els catets d'un triangle equilàter d'hipotenusa el costat del rombe. Per tant li costat mesura $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.

3. L'ÀLGEBRA: BEN EZRA

3.1. $\left(x + \frac{1}{3}x\right) + \frac{1}{4}\left(x + \frac{1}{3}x\right) = 30$. I operant s'obté $x=18$.

3.2. $\left(x + \frac{1}{3}x + 4\right) + \frac{1}{4}\left(x + \frac{1}{3}x + 4\right) = 40$. I operant s'obté $x=21$.

3.3. $\frac{1}{2}(x + 4) + 5 + (x + 4) = \frac{3}{2}(x + 4) + 5$. La quantitat obtinguda patix un

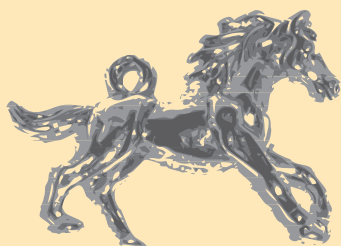
nou augment: $\frac{3}{2}(x + 4) + 5 + \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}(x + 4) + 5\right] = 70$.

I operant s'obté $x=30$.

3.4. Iniciem el problema pel final: té 8 dracmes que entrega; al ser conseqüència de duplicar, abans tenia 4 dracmes; però havia donat 4 dracmes, després tenia 8 dracmes; com hi havia duplicat tenia 4 dracmes; però havia donat 2 dracmes, després tenia 6 dracmes abans de doblegar; per tant inicialment tenia 3 dracmes.

Per mitjà de l'equació: $2[2(x-2)-4]-8=0$ s'obté el mateix resultat.

3.5. Seguint el mateix raonament "de darrere cap a a davant":
 $1 + 2 \rightarrow 6 + 2 \rightarrow 16 + 2 \rightarrow 36$. Tenia 36 pomes.



SOLUCIONS

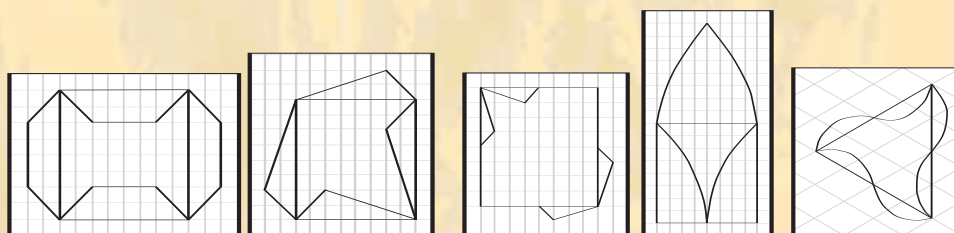
Per mitjà d'equacions és prou més complex:

Passos	Té	Entrega	Li queden
1r guàrdia	x	$\frac{x}{2} + 2$	$\frac{x}{2} - 2$
2n guàrdia	$\frac{x}{2} - 2$	$\frac{x}{4} + 1$	$\frac{x}{4} - 3$
3r guàrdia	$\frac{x}{4} - 3$	$\frac{x}{8} + \frac{1}{2}$	$\frac{x}{8} - \frac{7}{2} = 1$

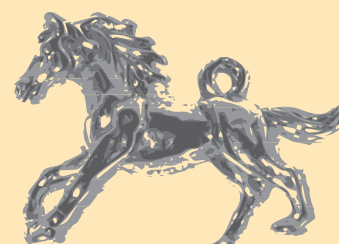
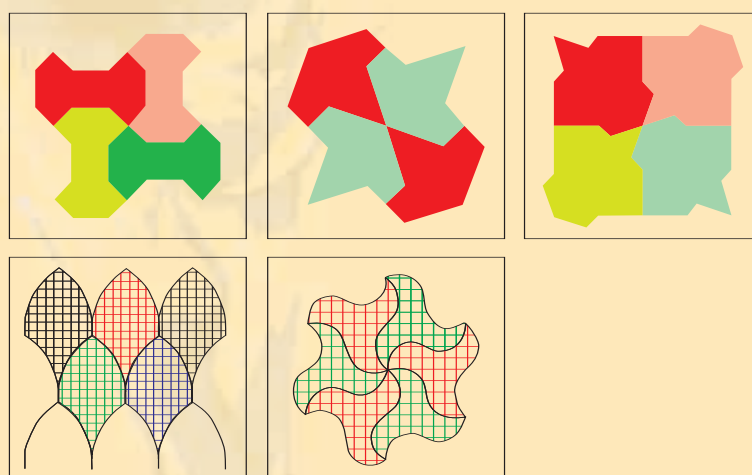
I resolent l'equació s'obtenen 36 pomes.

4. MOSAICS DE L'ALHAMBRA

4.1. Les figures s'han construït de la manera següent:



4.2. Els patrons per a recobrir el pla amb les tesseles anteriors són:



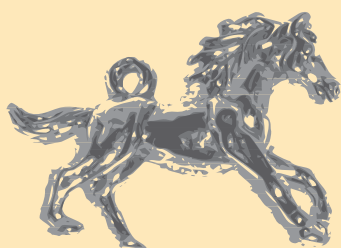
SOLUCIONS

Per mitjà d'un gir de 90° s'aconsegueix col·locar un "os" verticalment i després per mitjà de translacions cobrir el pla. Per mitjà d'un gir de 180° (equivalent a una simetria axial) s'aconsegueixen dos peces; girant cada una d'elles 90° i amb una translació posterior s'aconsegueix l'objectiu per a "l'avió". El mateix sistema s'ha d'emprar per a "el peix volador". En el cas de "l'escata" basta amb translacions. Finalment, per a "el pardalet" sis girs de 60° amb centre en un dels seus vèrtexs s'aconsegueixen 6 peces iguals unides i així successivament.

- 4.3. perímetre del "os": $4 \cdot 4 + 4\sqrt{8} = 8(2 + \sqrt{2})$ cm.
 perímetre del "avió": $4\sqrt{8} + 4\sqrt{40} = 8(\sqrt{2} + \sqrt{10})$ cm.
 perímetre del "peix volador": $4 \cdot 4 + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{10} = 4(4 + \sqrt{2} + \sqrt{10})$ cm.
- 4.4. El "os" té dos eixos de simetria perpendiculars, en canvi "el peix volador", "l'avió" i "l'escata" només tenen u. En el cas de "el pardalet" té simetria radial de tercer orde.
- 4.5. Per a crear "les teues llosetes" has de seguir estos consells:
Quadrat: El tros que retalls d'un costat, per mitjà d'un gir de 90° amb centre en l'extrem d'eixe costat, es porta al costat contigu. Fes el mateix amb els altres dos costats, prenent com a centre de gir el vèrtex oposat a l'anterior.
Triangle: El tros que retalles de la mitat d'un costat per mitjà d'un gir de 180° amb centre en el punt mitjà del costat, l'afiges a l'altra mitat. Fes el mateix amb els altres costats del triangle.
- 4.6. a) La figura té una simetria central anomenada de Leonardo: és un grup cíclic C_8 , perquè cada 45° la figura es superposa.
 b) Si anomenem "x" al costat d'una estrella, el costat del quadrat val: $2x + \sqrt{2}x = 8$ i per tant $x = 4(2 - \sqrt{2})$.

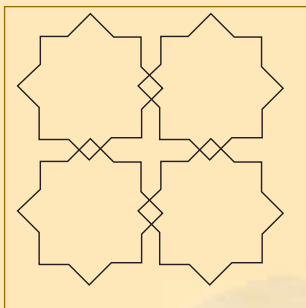
El perímetre de l'estrella és es $p = 16 \cdot 4(2 - \sqrt{2}) = 64(2 - \sqrt{2})$.

L'àrea és la del quadrat més 4 "cantons" $A = 64 + 4 \frac{x^2}{2} = 262 - 128\sqrt{2}$.



SOLUCIONS

4.7. Per exemple:



5. UN JOC MEDIEVAL: EL MORRIS

5.1. Es pot organitzar un campionat entre els alumnes i alumnes de la classe.

5.2. Es tracta que l'alumne/a investigue i contraste les seues conclusions amb altres companys/es.

5.3.

Morris 9	Morris 5	Morris 7	Morris 12
32 cm.	24 cm.	26 cm.	$34 + 4\sqrt{2}$

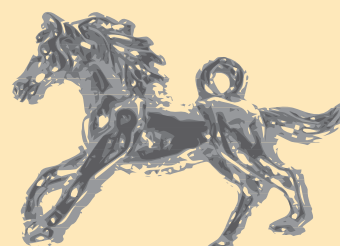
5.4. En el morris de 12 la araña recorreria $31,5 + 7\sqrt{2}$ cm.

6. EL NOMBRE CORDOVÉS

6.1. a) Els triangles són isòsceles perquè dos dels seus costats són radis de la circumferència.

b) L'angle BAC val $\alpha + \beta$ per ser els triangles isòsceles.

c) L'angle BOD val 2α i l'angle COD val 2β per angles suplementaris. Com $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, llavors $\alpha + \beta = 90^\circ$ i el triangle és rectangle.



SOLUCIONS

6.2. a) és isòsceles i $MN = \sqrt{2} R$.

b) Per simetria $OP' = NP' = MN/2$.

c) $\frac{NP}{PQ} = \frac{PP'}{NP}$, i per tant $L^2 = PQ \cdot PP' = 2R(OP - OP') = 2R(R - \sqrt{2} R)$.

Després $L = R(\sqrt{2} - \sqrt{2})$. Finalment $\frac{R}{L} = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} \approx 1,306562964$.

6.3. a) Si dibuixem un triangle rectangle de catets la unitat, la hipotenusa val $\sqrt{2}$. Amb este radi dibuixem la circumferència.

b) b) La bisectriu de la bisectriu del 1r quadrant val $22,5^\circ$.

c) La projecció del segment OB és el segment OC el valor del qual és el nombre cordovés:

$$C = \sqrt{2} \cos 22,5^\circ = 1,306562964...$$

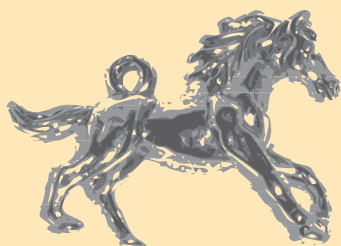
$$d) C = \sqrt{2} \cos\left(\frac{45^\circ}{2}\right) = \sqrt{2} \sqrt{\frac{1 + \sqrt{2}/2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

(si es racionalitza esta expressió s'obté l'expressió anterior).

6.4. Com és una biquadrada, $2z^2 - 4z + 1 = 0$ i al resoldre s'obté una de les arrels: $z = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{4}$ i finalment $x = \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}{2}$. Si es racionalitza l'expressió del nombre cordovés s'arriba a la mateixa expressió.

6.5. El perímetre esta format per $6/8$ de circumferència i un segment horitzontal: $p = \frac{6}{8} \cdot 2\pi R + \sqrt{2}R$.

L'àrea està formada per 6 sectors circulars i 2 triangles isòsceles equilàters: $A = \frac{6}{8} \cdot \pi R^2 + \frac{R^2}{2}$.



SOLUCIONS

7. MONEDES EN L'EDAT MITJANA

7.1. $11 \times 24 + 4 = 268$; Plata pura $= 12 \times 24 = 288$; $\frac{268}{288} = 93,05\%$ de plata pura.

7.3. La mitat de cada u.

$$\begin{aligned} 7.4. \quad 5 \times 24 + 4 &= 124 \\ 7 \times 25 + 5 &= 173 \end{aligned}$$

$$\frac{124}{288} = 0,4305$$

$$\frac{173}{x} = 0,4305 \quad x = \frac{173}{0,4305} = 402 \text{ grams}$$

$$7.5. \quad 5 \cdot 9 + 6 \cdot 8 + 7 \cdot 9 + 8 \cdot 3 = 26x$$

$$x = \frac{180}{26} = 6,9 \text{ diners}$$

$0,9 \cdot 24 = 21$ grans
6 dineros y 21 grans

8. L'ARITMÈTICA: GASPAR NICOLÁS

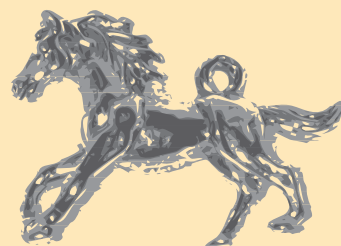
8.1. Suma els preus i tindràs 200 cruzados. Els diners que el mercader pagarà són 350, $350/200 = 1 \cdot \frac{3}{4}$ per tant prendrà de cada espècia un quintar i tres arroves. Per a comprovar-ho, un quintar i tres arroves del clau que costa a 100 serà 175, de la canella que costa a 60 són 105 i del jengibre que és a 40 són 70 cruzados, i sumant tot tenim justament els 350 cruzados.

8.2. En una hora buiden entre tots: $\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{57}{60}$ de la pila.

$60:57 = 1,052$ hores tardarà a buidar-se completament

$0,052 \times 60 = 3$ minuts

Tardaré a buidar-se completament 1 hora i 3 minuts.



SOLUCIONS

8.3. $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{11}{6}$; $6:11 = 0,54$ dies.

Tardarà aproximadament a arribar a l'illa mitjà dia.

8.4. La resposta coincideix amb la del problema anterior.

8.5. 4 flamencs en 1 dia beuran $\frac{10}{3}$ cànters.

5 espanyols en 1 dia beuran $\frac{20}{6}$ cànters.

4 flamencs i 5 espanyols beuran en 1 dia $\frac{10}{3} + \frac{20}{6} = \frac{40}{6}$ cànters.
 $60: \frac{40}{6} = 9$ dies tardaran a beure's el barril.

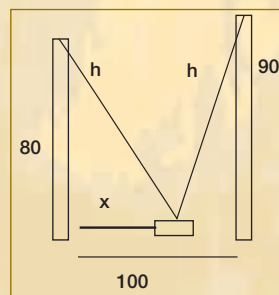
8.6. Aplicant Pitàgores:

$$h^2 = 80^2 + x^2$$

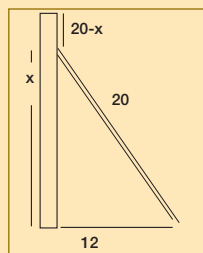
$$h^2 = 90^2 + (100 - x)^2$$

$$80^2 + x^2 = 90^2 + (100 - x)^2$$

Aïllant obtenim $x = 58,5$ metres de distància a la torre A i a la torre B $100 - 58,5 = 41,5$ m.



8.7. Aplicant Pitàgores:

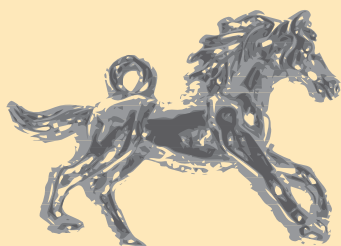


$$x^2 = 20^2 - 12^2$$

$$x^2 = 256$$

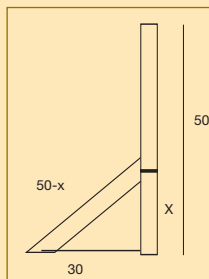
$$x = \sqrt{256} = 16$$

L'altura que falta per a arribar a la torre és: $20 - 16 = 4$



SOLUCIONS

8.8.



$$(50 - x)^2 = 30^2 + x^2$$

$$100x = 1.600$$

$$x = 16$$

- 8.9. Anomenem x a la distància del peu de l'escala a la base de la primera torre. La distància al peu de la segona torre serà de $(22-x)$. L'altura de l'escala és constant i igual a h .

9. LA BARRACA VALENCIANA

- 9.1. Resolent l'equació $x(x+3,9) = 4,59$ s'obtenen les dimensions de 5,1 m. i 9 m. respectivament.

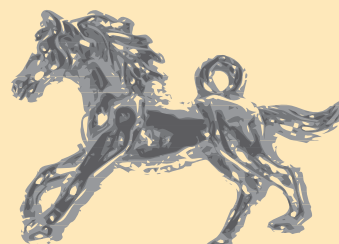
- 9.2. a) Serà el MCD $(510, 900) = 30$ cm.
b) 510 taulells es necessitaran perquè $510/30=17$ y $900/30= 30$ i $17 \cdot 30 = 510$.

- 9.3. a) En una hora junts fan $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ de l'obra.
Després necessitaran 2 hores.

- b) 6,5 hores tarda l'aprenent (si anomenem x al temps en hores que tarda el cap, plantegem l'equació: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{3}$).

- 9.4. Parets laterals: $y = 2,55$; $y = -2,55$.

Alerons de la teulada: $\frac{x}{2,55} + \frac{y}{2,5} = 1$; $\frac{x}{-2,55} + \frac{y}{2,5} = 1$.



SOLUCIONS

10. LA CLEPSIDRA: RELLOTGE D'AIGUA

10.1. a) L'aigua té inicialment una altura de 36 cm. i tarda 6 minuts a buidar-se.

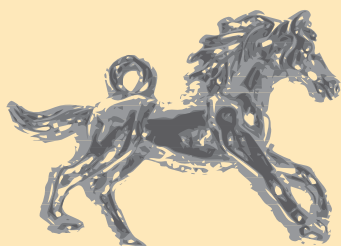
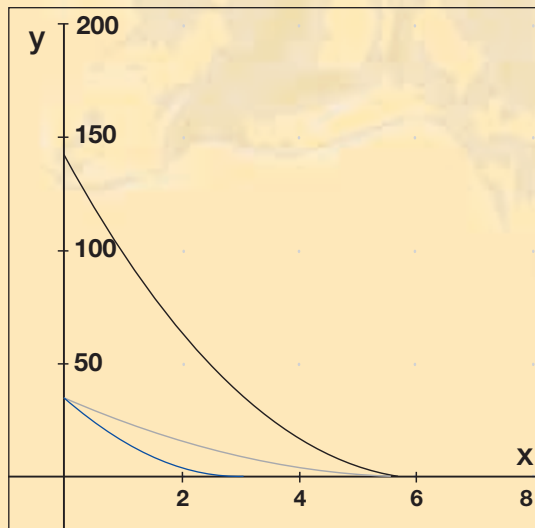
b) La funció serà $H = (t - 6)^2$.

10.2. Es buida en la mitat de temps perquè hem augmentat la secció d'eixida al doble. Al ser $t = \frac{1}{2}(6 - \sqrt{H})$ la funció és ara $H = 4(t - 3)^2$.

10.3. Si $6 = \frac{1}{2}(\sqrt{H_0} - 0)$ s'obté $H_0 = 144$ cm. És a dir 4 vegades l'altura anterior.

La fórmula és $H = 4(t - 6)^2$.

S'observa que es pot aconseguir que dos clepsidres es buiden al mateix temps amb diferent volum inicial i dos clepsidres amb el mateix volum es buiden en temps distints.



SOLUCIONS

10.4. Com l'aigua inicialment aconseguix una altura de 64 cm. tindrem

$t = \frac{1}{k}(8 - \sqrt{H})$. Si volem que es buide en 20 minuts $20 = \frac{1}{k}8$ i la funció serà $t = 0,2(8 - \sqrt{x})$.

L'altra funció és $H = 0,16(x - 20)^2$. Al representar ambdós funcions s'observa que són simètriques respecte de la bisectriu $y=x$ al ser funcions recíproques.

