

## Nota de los autores



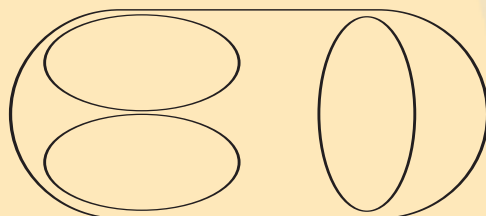
Como sucede en multitud de casos en nuestra vida, las soluciones a los problemas no suelen ser únicas. En ocasiones, el método más sofisticado de resolver un problema está basado en la intuición, la experiencia y algunas suposiciones admisibles basadas en la naturaleza del mismo. Intentaremos cuando sea posible trasladar esta idea a nuestros alumnos y alumnas.

## 1. LOS ARQUEROS MATEMÁTICOS

- 1.1. Con sólo ir probando en la fórmula podrían obtener una buena aproximación de la solución que se obtiene al resolver la ecuación necesaria. El ángulo  $\alpha$  debe estar comprendido entre  $30,294^\circ$  y  $59,706^\circ$ .
- 1.2. El gráfico sería una parábola, la altura va desde 0 hasta 215,24 m. de máxima y luego vuelve a bajar hasta 0 en los 497 m. que tiene de alcance.
- 1.3. Al menos debemos estar a 573,98 m.
- 1.4. Ahora debemos combinar dos posibilidades, alcance y altura. El ángulo debe estar ahora comprendido entre  $56,595^\circ$  y  $59,706^\circ$ .

## 2. LOS ESPECTÁCULOS

- 2.1. El área de la elipse es  $\pi \cdot a \cdot b$ . La arena del circo sería 3,89 veces más grande que la del anfiteatro; físicamente sólo se podrían construir 3 anfiteatros dispuestos como se muestra en la figura.



## SOLUCIONES

2.2. Para partidos nacionales la dimensión del campo de fútbol mínima es de 90 metros de largo por 45 de ancho y en internacionales de 100 por 64. En cualquier caso, aunque el circo es casi el doble que los campos para competiciones nacionales, sólo cabe uno.

2.3. Puesto que la integral que planteamos para calcular la longitud de la elipse no tiene fácil solución, podemos obtener el aforo realizando múltiples comparaciones, aunque la más razonable parece la del perímetro, que es donde se sitúan los asientos:

- El perímetro de ambos supuestos circunferencias de diámetro  $\frac{D+d}{2}$ , arrojaría un aforo de  $\frac{310,86}{157} \cdot 14.000 = 27.720$  personas.

- La diagonal mayor arrojaría un aforo de  $\frac{111,5}{61,5} \cdot 14.000 = 25.382$  personas.

- La diagonal menor arrojaría un aforo de  $\frac{86,5}{38,5} \cdot 14.000 = 31.454$  personas.

En realidad el aforo del circo solía ser el doble que el del anfiteatro de una misma ciudad.

2.4. Aquí pueden haber multitud de respuestas. Podrían aproximar la longitud de una vuelta con el perímetro de un rectángulo; en los lados largos (223 m.) va a 60 km/h. y en los cortos (173 m.) a 30 km/h. Tardarían entonces 34,14 segundos en dar una vuelta. Otros alumnos quizás piensen que como al salir de la curva van a 30 km/h. y deben ir acelerando hasta 60 y después ir frenando hasta conseguir los 30 para dar de nuevo la curva, promedien que su velocidad en ese tramo es de 45 km/h.; en tal caso obtendrían 38,60 segundos. Si conocen las fórmulas del movimiento uniformemente acelerado también las podrían utilizar. Aquí suponiendo un movimiento uniformemente acelerado tanto para la aceleración como la deceleración en el tramo recto obtendríamos 39,24 seg. para dar la vuelta completa. Todas las soluciones que nos planteen serán válidas, siempre que expliquen el porqué de sus decisiones.

2.5. Si tomamos el perímetro del circo como una circunferencia de diámetro  $\frac{D+d}{2}$ , serían 611 los romanos sentados en primera fila.



## SOLUCIONES

### 3. EL PUENTE



3.1. En primer lugar debemos quitar los tres trozos de puente que no tienen arcos. En cada uno de ellos se ahorraron 5 arcos. Cada arco ocupa 6,40 metros + 5 metros del primer pilar de apoyo (el segundo apoyo es común con el segundo arco). Un tramo de 5 arcos tiene una longitud de  $11,40 \text{ metros} \times 5 + 5 \text{ metros del último apoyo} = 62 \text{ metros}$ . Los tres tramos miden en total 186 metros y nos quedan 583 metros de puente con arcos dividido en dos tramos. Restando los 10 metros que miden los dos últimos apoyos de cada tramo quedarían 573 metros de puente y cada arco ocupa en total 11,40 metros, luego tiene 50 arcos.

Si no tenemos en cuenta los últimos apoyos obtendríamos 52 arcos.

3.2. Tardaría 0,19225 horas; es decir, 11 minutos y 32 segundos.

3.3. De nuevo aquí las soluciones son múltiples. El caso más sencillo sería suponer que el puente tiene un volumen de  $769 \times 10 \times 7 = 53.830 \text{ m}^3$  y necesitaríamos 640.834 sillares. Un número más cercano a la cantidad real lo obtendríamos restando "los agujeros" de los arcos. Como se aprecia en la foto su altura son algo más de la mitad, supuestos 7 metros de altura y que tenemos 50 arcos, el volumen de piedra es de  $38.150 \text{ m}^3$ ; es decir, 454.167 sillares.

3.4. Si hemos calculado el volumen sin contar los arcos, necesitaríamos 5.723 camiones.

### 4. EL TEMPLO

4.1. Como dice que en el interior no hay columnas y suponiendo que la parte que no vemos es igual a la que vemos habrán 24.

4.2. Comparando el número de columnas que ocupan cada una, la parte cerrada es dos veces y media más grande que la terraza.



## SOLUCIONES

4.3. La longitud de la rampa son 9 metros.

4.4. La pendiente es del 7,29% y el ángulo 4,17°.

4.5. Podemos construir 15 escalones de 26,67 cm. de ancho.

### 5. VIAJE A RODAS

En esta actividad hay que organizar los datos y tomar algunas decisiones.

	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Publio</b>	IDA	IDA	IDA	IDA 3.000 2.800	VU	IDA	IDA	IDA
<b>Máximo</b>	IDA	IDA	IDA 4.000	VU	IDA	IDA	IDA 4.000	VU
<b>Marco Aurelio</b>	IDA	IDA 3.000	VU	IDA	IDA 3.000	VU	IDA	IDA 200

En este caso Máximo fue el que más dinero ganó. Llevó 4.000 ánforas a 18 sestercios y otras 4.000 a 12; en total 120.000 sestercios. Publio sólo pudo hacer un viaje y le pagaron 3.000 ánforas a 18 sestercios y 2.800 a 12; total 87.600 sestercios. Marco Aurelio hizo tres viajes y cobró 3.000 ánforas a 18 sestercios y 3.200 a 12; total, 92.400 sestercios.

Tardaron 8 días en llevar todas las ánforas.

### 6. CIRCUS MAXIMUS

6.1. Suponemos que el mármol cubre toda la fachada (existen los huecos de los arcos, pero los pilares y el arco también están recubiertos de mármol). Si el alumno elige descontar los “agujeros” de los arcos obtendrá un mayor grosor.

Si consideramos el perímetro como una circunferencia de diámetro de  $\frac{D+d}{2}$  metros, la superficie del Coliseo es de 27.004 m<sup>2</sup>, y obtendríamos un espesor de 37 cm.



## SOLUCIONES

6.2.  $\frac{300.000 \text{ kg.}}{0,4 \text{ kg.}} = 750.000 \text{ sillares.}$

6.3. Con el diámetro anterior elegido necesitaríamos 1.162 carros romanos.

### 7. EMBALSES Y ACUEDUCTOS

7.1. Cada habitante necesita 10.950 litros de agua al año, luego podría albergar a 152.207 habitantes.

7.2. Si no se quieren complicar, con una regla de tres relacionando habitantes con km<sup>2</sup> de cuenca obtienen 59,13 km<sup>2</sup>.

7.3. Circulan 50 litros por segundo.

7.4. Tardarían 6 minutos y 40 segundos.

### 8. CAMPUS ESPARTARIUS

8.1. Este es un modelo sencillo de cadenas de Markov que podemos resolver planteándolo directamente o por medio de matriz de transición (todos los registros iguales a 0,5). El primer año plantó 10 Ha de Lino y 30 de esparto, en el segundo año tendrá 20 hectáreas de cada producto.

8.2. A partir del segundo año siempre producirá 20 Ha de cada uno, luego no es acertada su rotación de cultivos.



# SOLUCIONES

## 9. LOS IMPUESTOS DEL IMPERIO

- 9.1. Disponen de varias opciones, la ideal sería que representasen en el mismo gráfico los diferentes productos y la producción de las ciudades. Una buena opción puede ser el gráfico de múltiples barras. También podrían hacer un gráfico para cada producto y la producción de las diferentes ciudades. La tercera opción sería un gráfico para cada ciudad y todos los productos, pero éste no permitiría al emperador comparar los resultados.
- 9.2. Suponiendo que cada litro de aceite y de vino pesan 1 kg. En la tabla siguiente viene reflejado el transporte total que deben realizar las tres ciudades.

Líquidos (Tm)	41,8
Sólidos (Tm)	77

Problema de programación lineal que también podemos resolver directamente sin mucha dificultad. La más barata es 2 barcos de 1.000 sesteracios y dos barcos de 800 sesteracios. Total 3.600 sesteracios. Observar que de las tres ciudades la única que sale perdiendo es Valentia que podría enviar toda su mercancía en un solo barco de 900 sesteracios.

## 10. EL FARO DE BRIGANTIUM

- 10.1. Una altura de 34,89 metros aproximadamente.
- 10.2. A 3.998 metros de distancia se divisa el faro.

